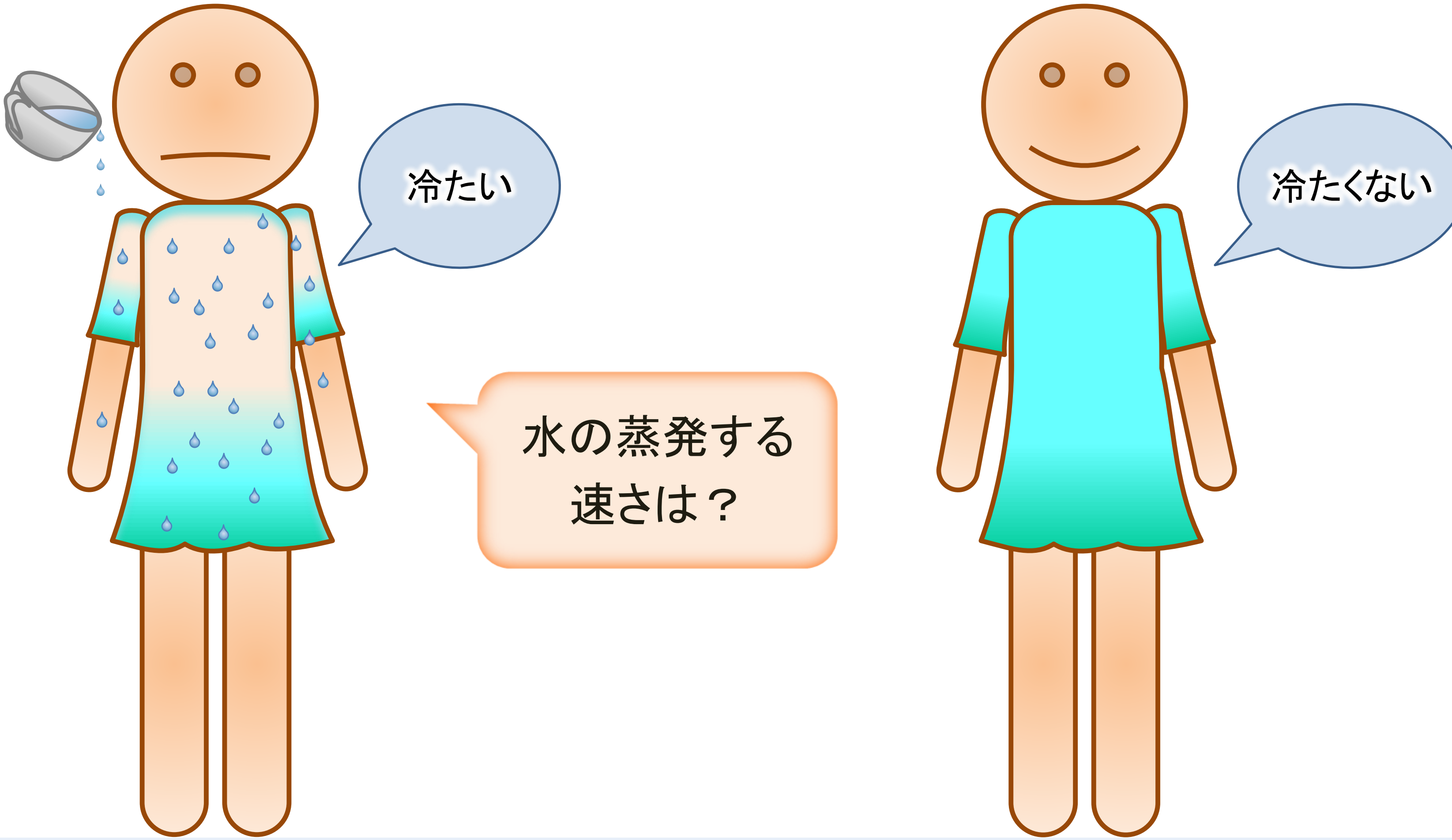
蒸発速度

拡散律速のモデル

ぬれた服は冷たい

水が蒸発して服を冷やす。

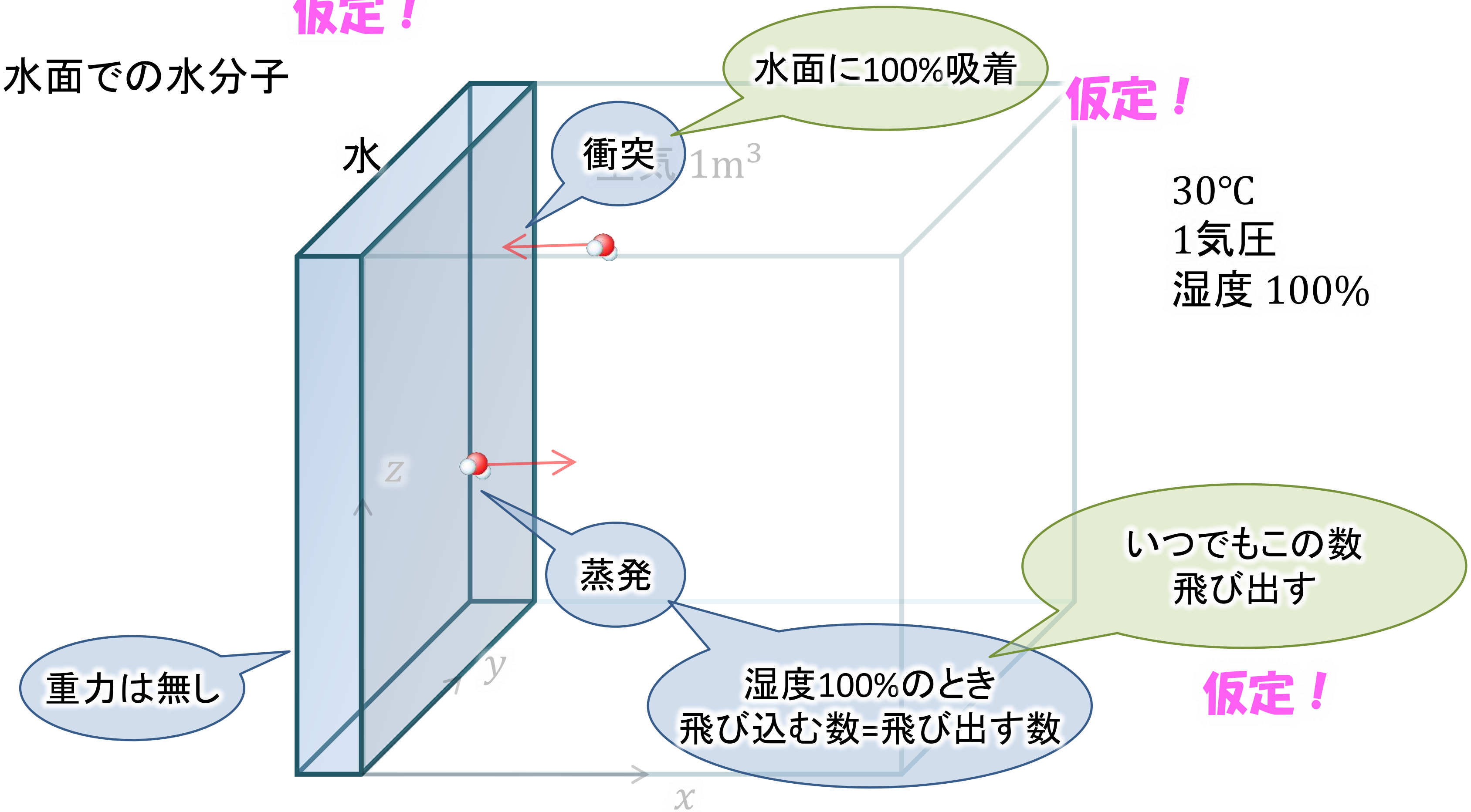


モデル

30℃の理想気体空気1m^{3}と水の壁

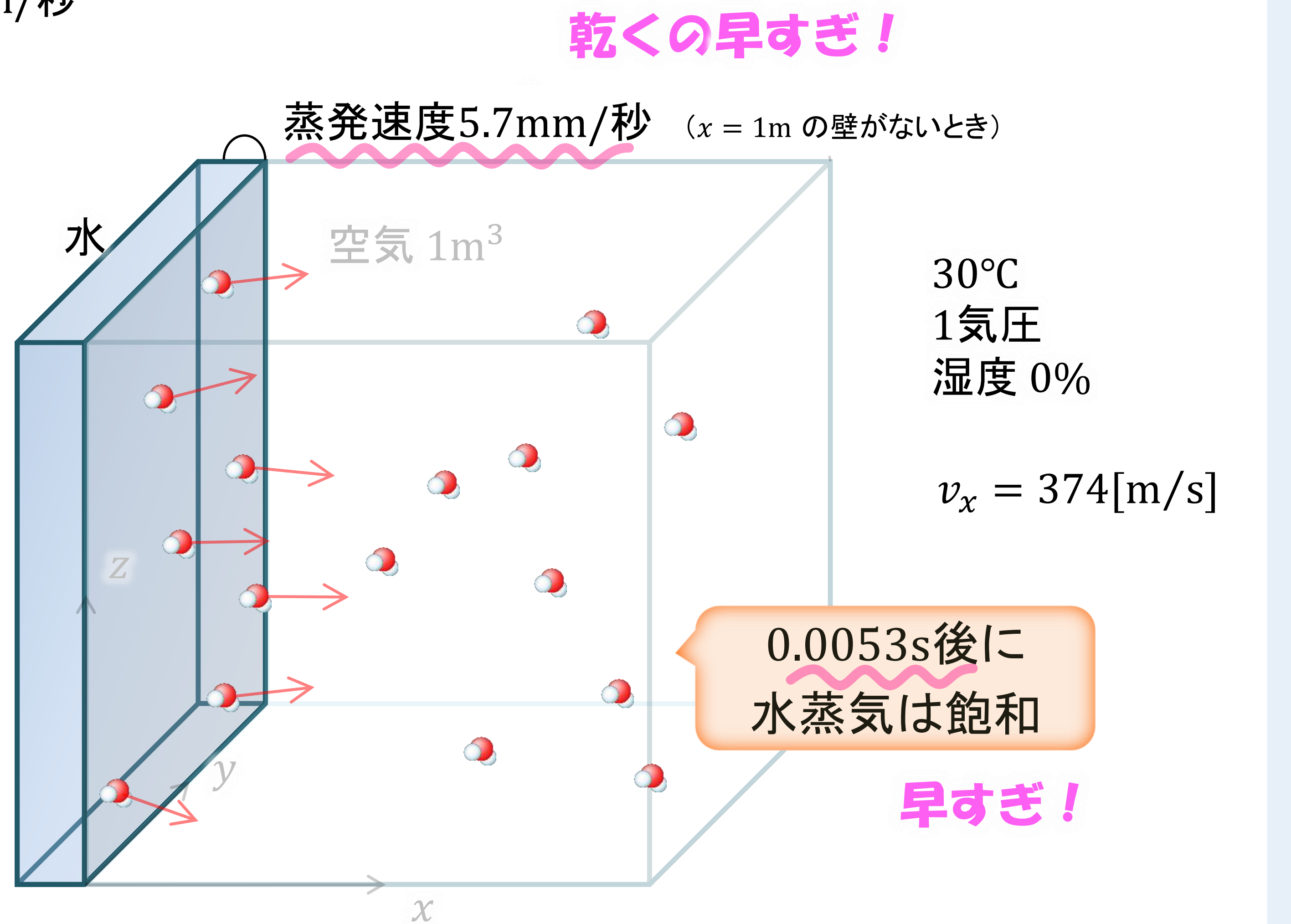
仮定！

水面での水分子



湿度0%のときの蒸発速度

蒸発速度5.7mm/秒



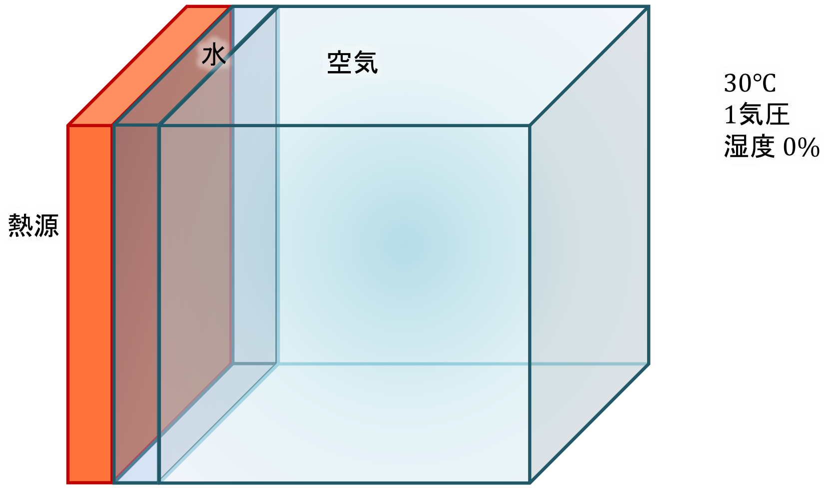
モデルの改善

水分子は①平均自由行程の範囲で往復するため、拡散で全体に充満する
→拡散律速のモデル

ここを検討

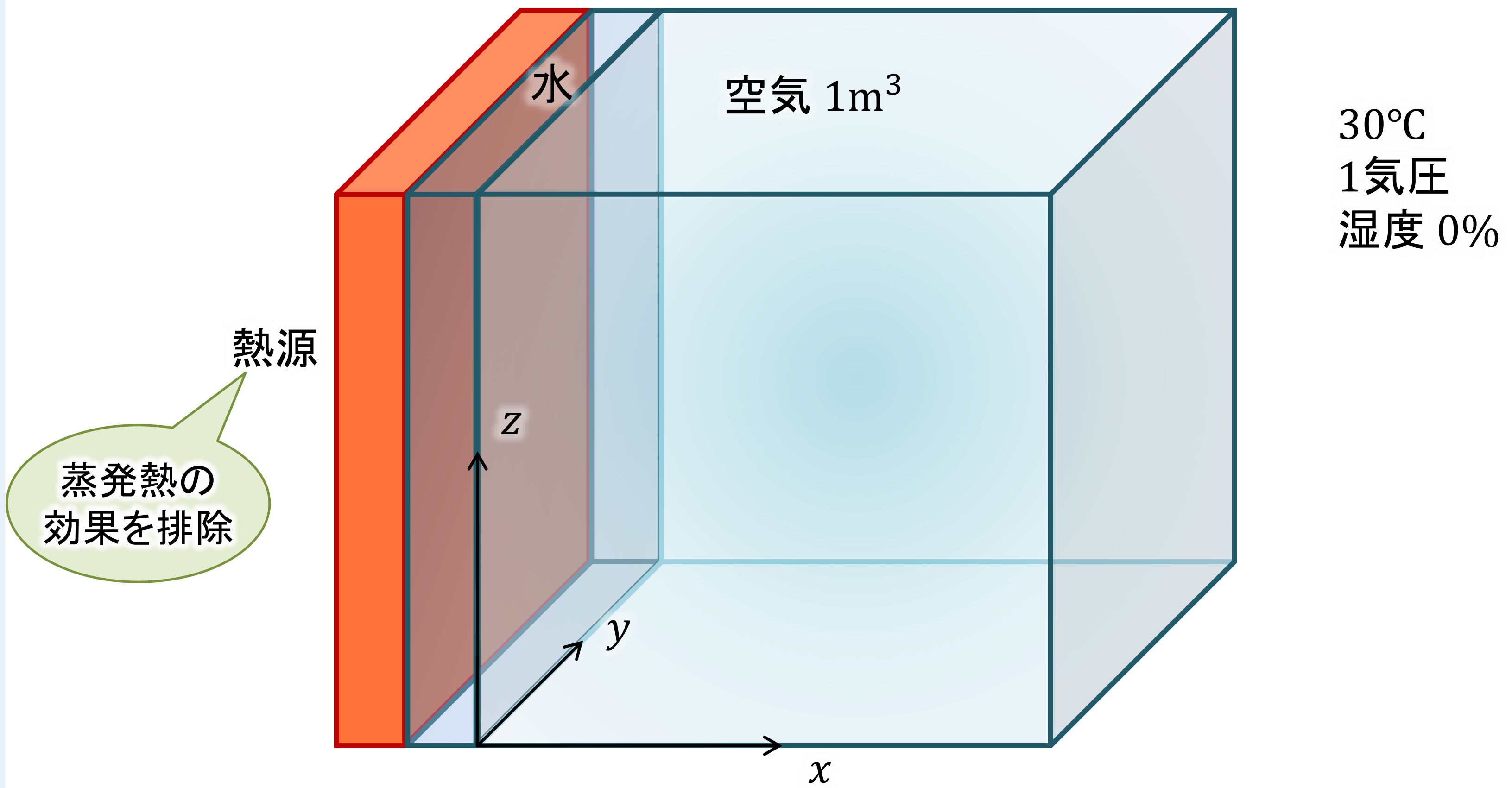
水分子は水面に100% ②吸着しないかもしれない
→界面律速のモデル

③蒸発の潜熱で気温は下がるため、30.40gも蒸発しない
→水側に熱源を想定



水分子の拡散モデル

30℃の空気1m³と水の壁と30℃の熱源　①蒸発の潜熱で気温は下がる



日記：（参照日2018年10月21日）

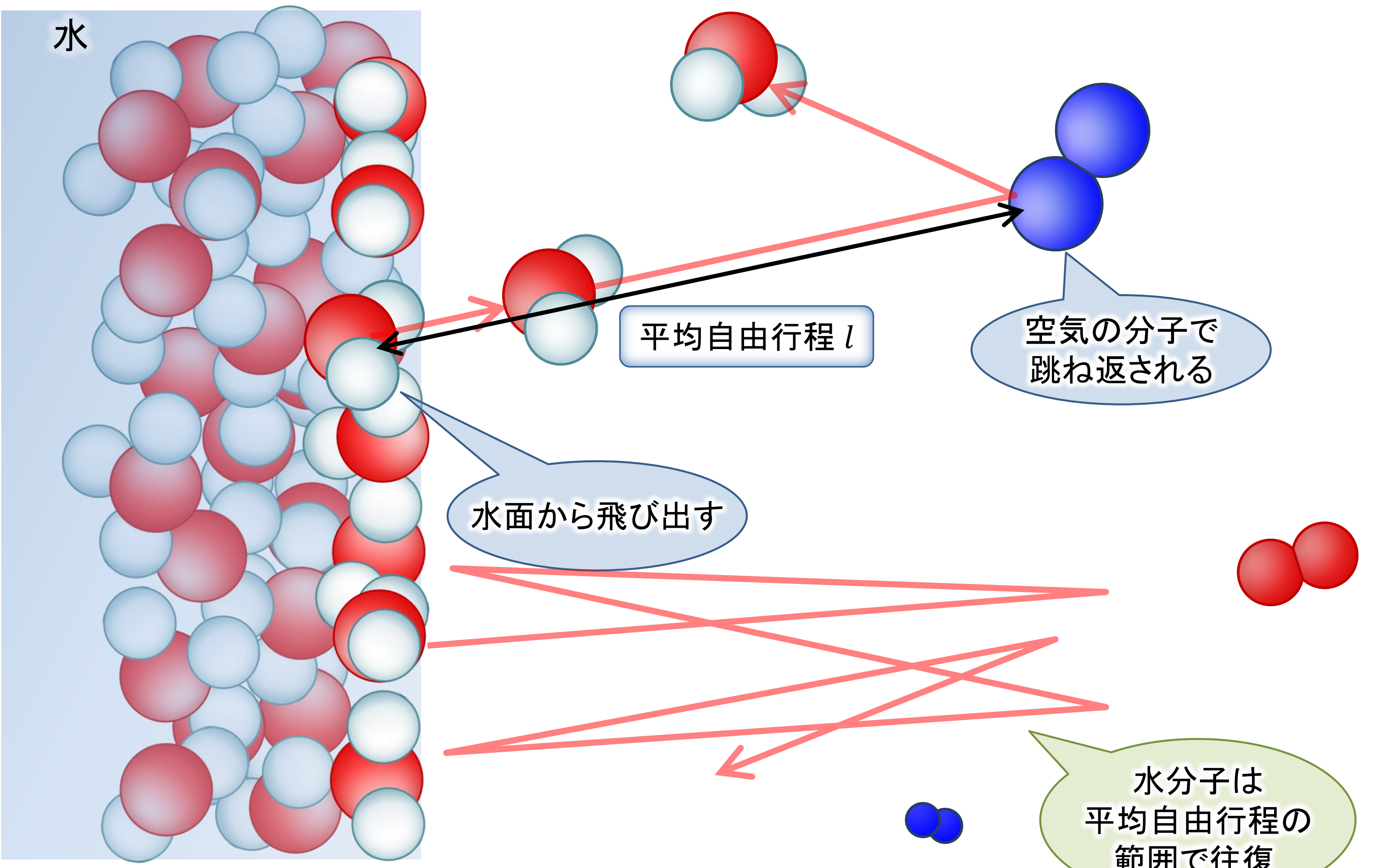
[水の気化熱でどれだけ涼しくなるのか]水蒸気の拡散係数　水蒸気の拡散時間

水分子の拡散モデル

蒸発速度―――拡散律速のモデル

水分子は空気の分子で跳ね返る

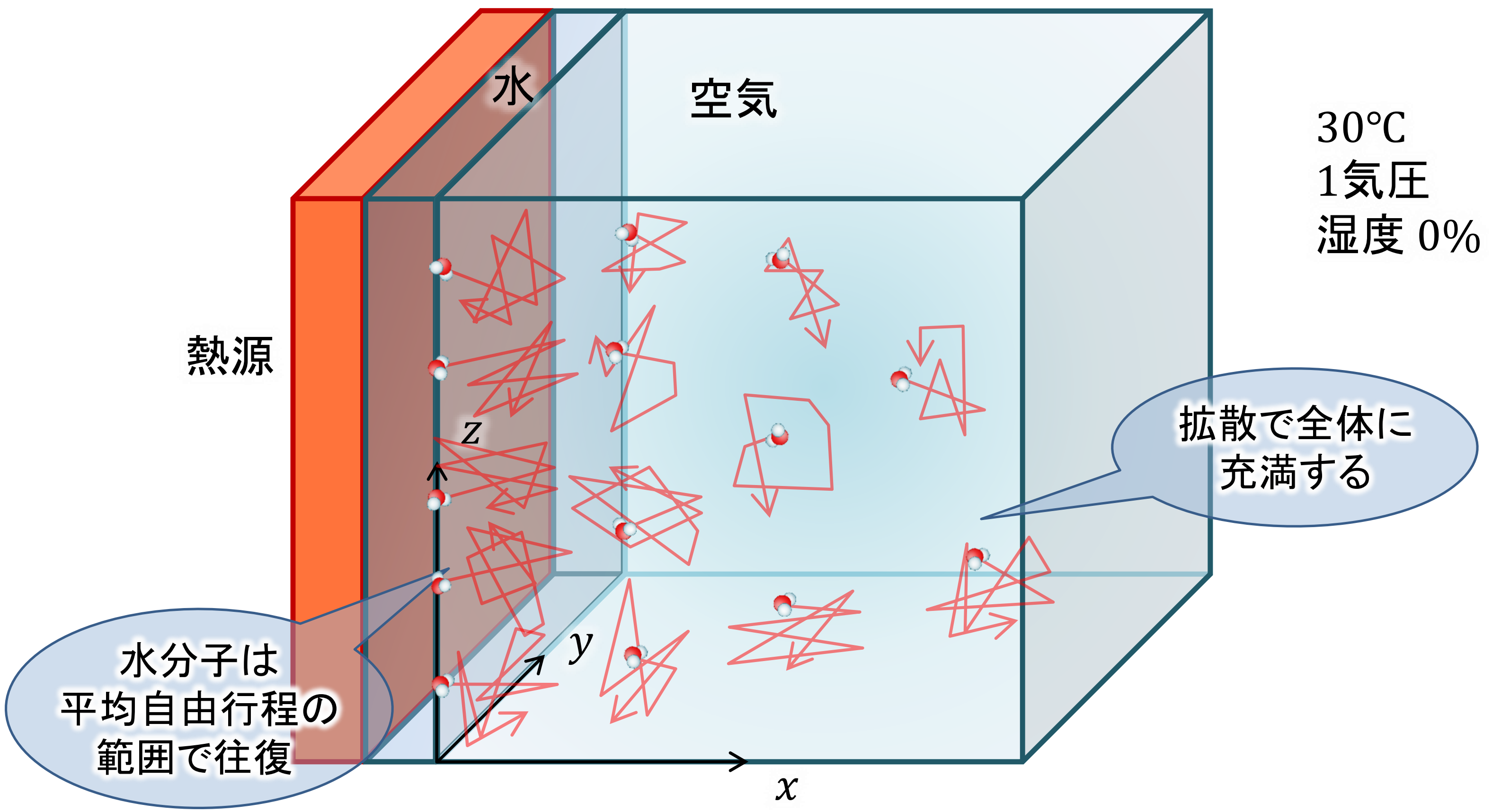
②平均自由行程の範囲で往復



※このイラストは大きさが不正確

水分子の拡散モデル

30℃の空気と水の壁と30℃の熱源



日記：（参照日2018年10月21日）

[水の気化熱でどれだけ涼しくなるのか]水蒸気の拡散係数　水蒸気の拡散時間

※このイラストは大きさが不正確

水分子の拡散係数を求める

酔歩モデルの拡散係数 D

$$D = (\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2) / 2\Delta t$$

平均自由行程 l と平均速さ v から

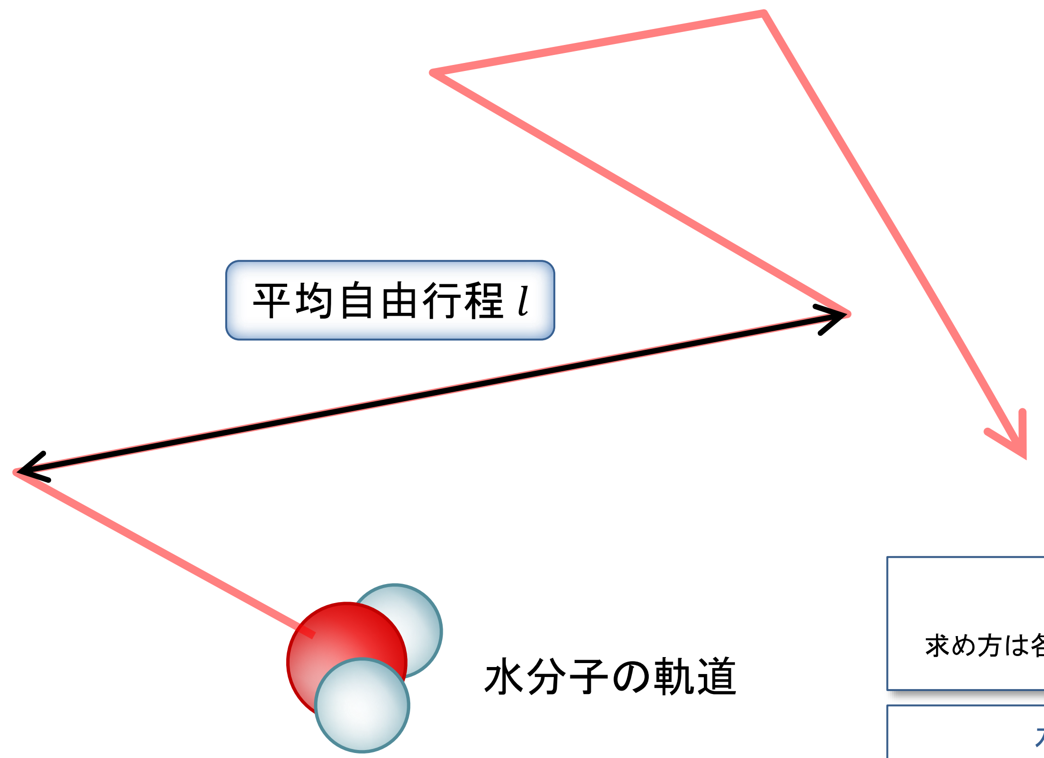
$$D = lv / 2$$

$\varDelta x$ ：1歩動いたときのx方向変位

$\varDelta t$ ：1歩動く時間

l ：平均自由行程 これを求める

v $= 647[\mathrm{m/s}]$ (30℃の水分子)



拡散係数

求め方は各種ある。

水分子の速さ

30℃での平均速さを想定。

参考：(参照日2018年07月24日)

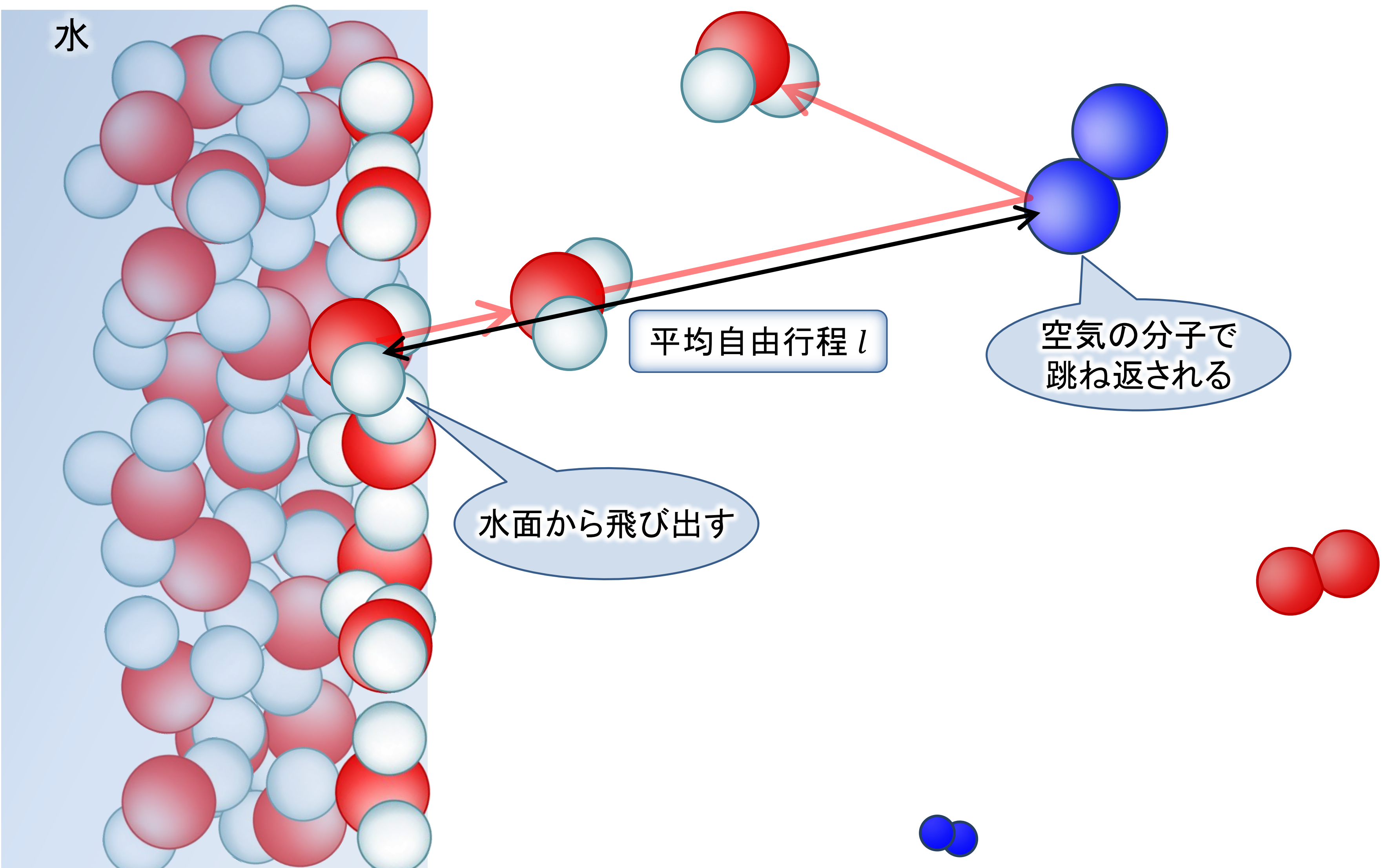
平均自由行程 [平均自由行程 - Wikipedia]

拡散係数 [米沢富美子(1986).『ブラウン運動』共立出版]

※このイラストは大きさが不正確

水分子の平均自由行程は？

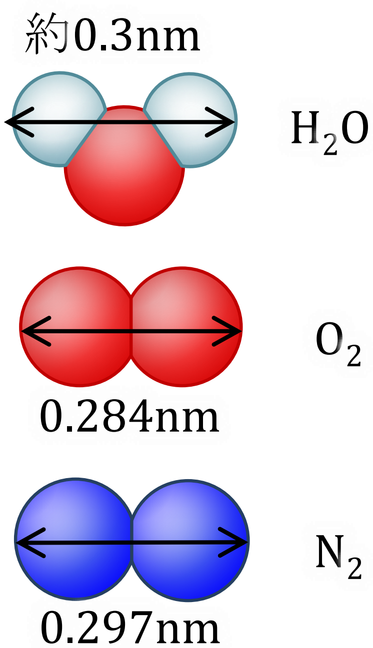
水分子は空気の分子で跳ね返る

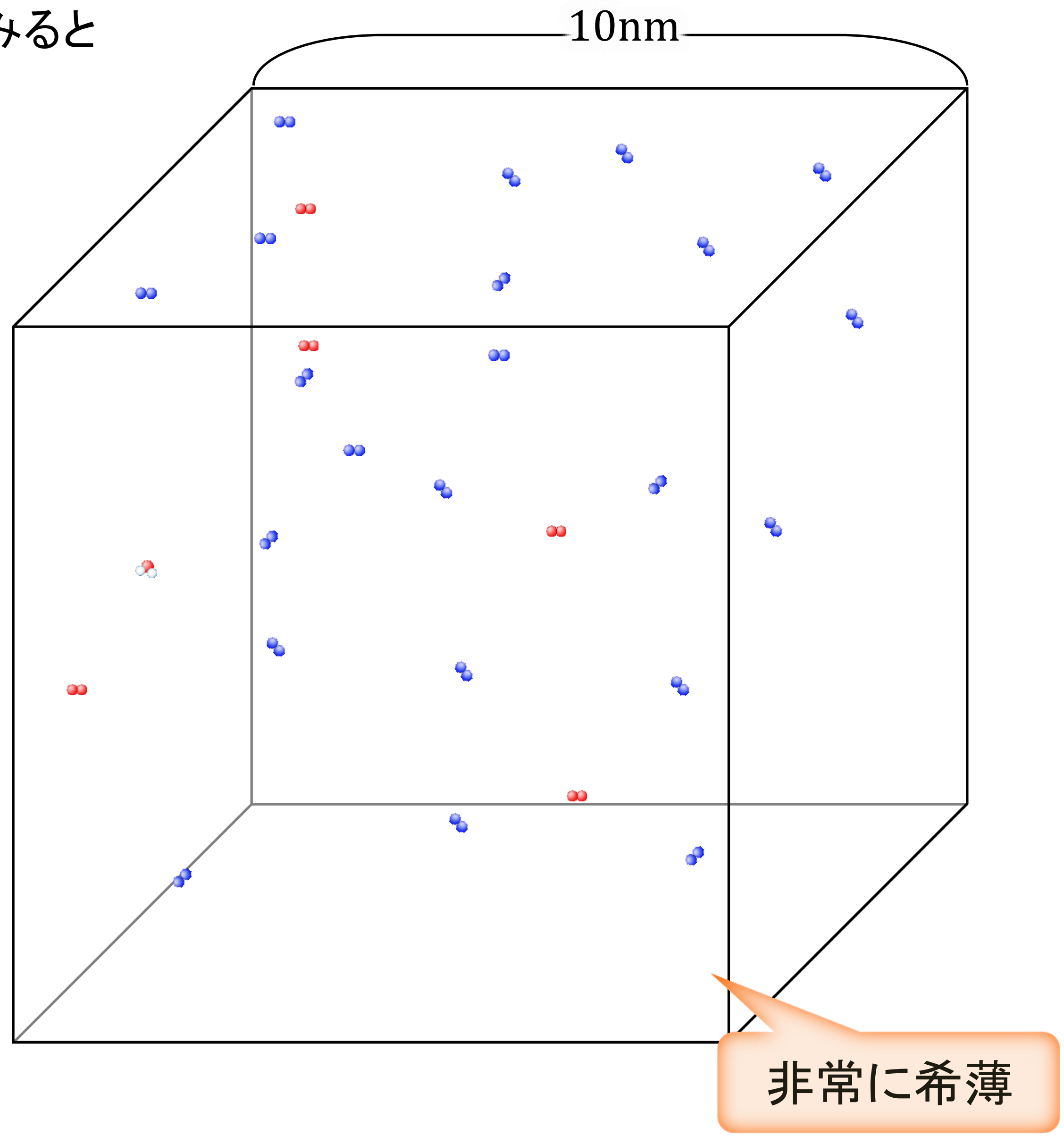


※このイラストは大きさが不正確

空気の数密度

空気の数密度を絵にしてみると





計算
空気の数密度

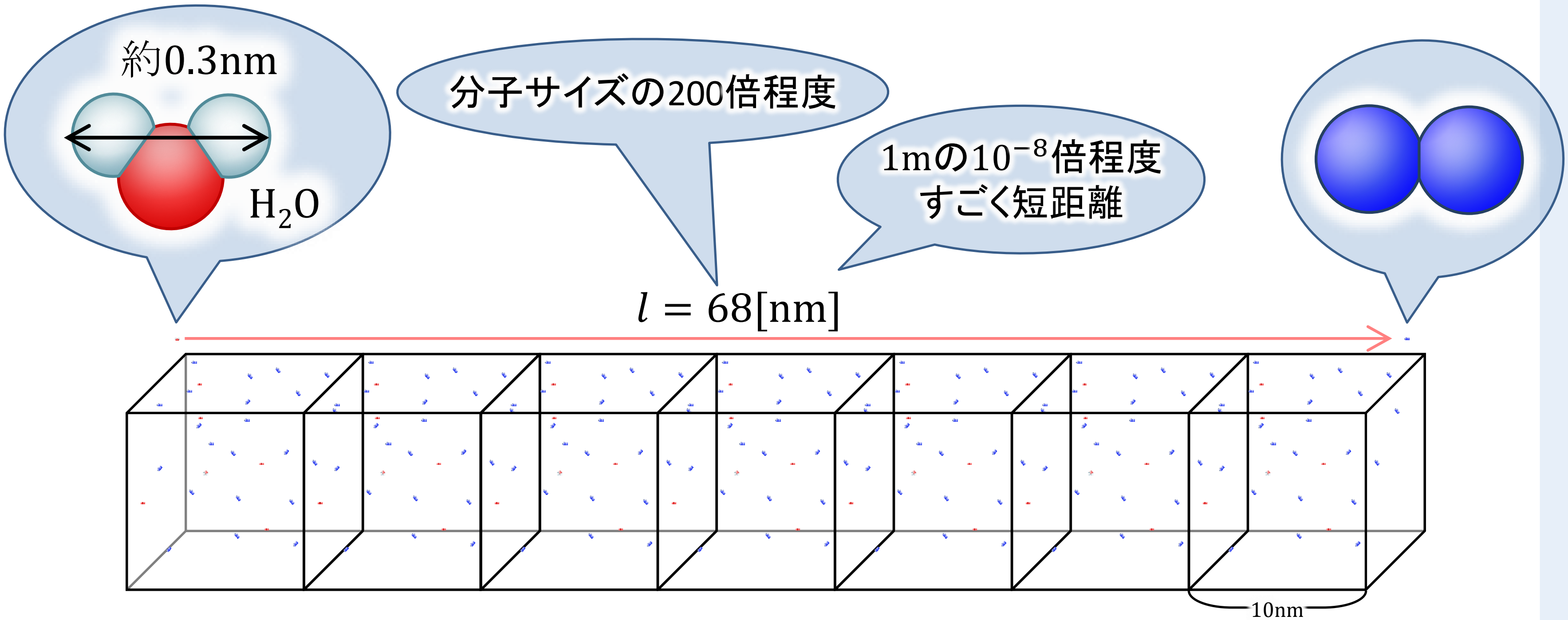
$$\frac{6.0\times10^{23}}{22.4\times(10^{2+3})^3} = 2.7\times10^{7}[\mu\mathrm{m}^{-3}]$$

$(10\mathrm{nm})^3$あたり27分子

参考：（参照日2018年12月13日）
窒素原子の大きさ[窒素 - Wikipedia]
酸素原子の大きさ[酸素 – Wikipedia]
水素原子の大きさ[水素 – Wikipedia]
水分子の形 『基礎雪氷学講座①雪氷の構造と物性』 前野紀一、福田正己 編、古今書院(1986)p.32

空気分子の平均自由行程

絵にしてみると



$\Delta t = 0.18[\mathrm{ns}]$

1秒の10^{-10}倍程度
すごく短時間

計算
常圧の空気では

$l =$ 68 [nm]　・・・(Wikipedia)
$l =$ 100 [nm]　・・・(米沢富美子)

酸素や窒素などの
平均自由行程

30℃の水分子は

$v = 647[\mathrm{m/s}]$

飛行時間

$\Delta t = 0.11 \sim 0.15[\mathrm{ns}]$

水分子の速度
酸素や窒素より軽い分速い

参考:(参照日2018年07月24日)

平均自由行程　平均自由行程 - Wikipedia
拡散係数　米沢富美子(1986).『ブラウン運動』共立出版
空気の密度　『空気』- Yahoo!辞書　日本大百科全書(ニッポニカ)の解説より

水分子の拡散係数

拡散係数 D

$$D = (\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2)/\,2\Delta t$$

Δx　：1歩動いたときのx方向変位

Δt　：1歩動く時間

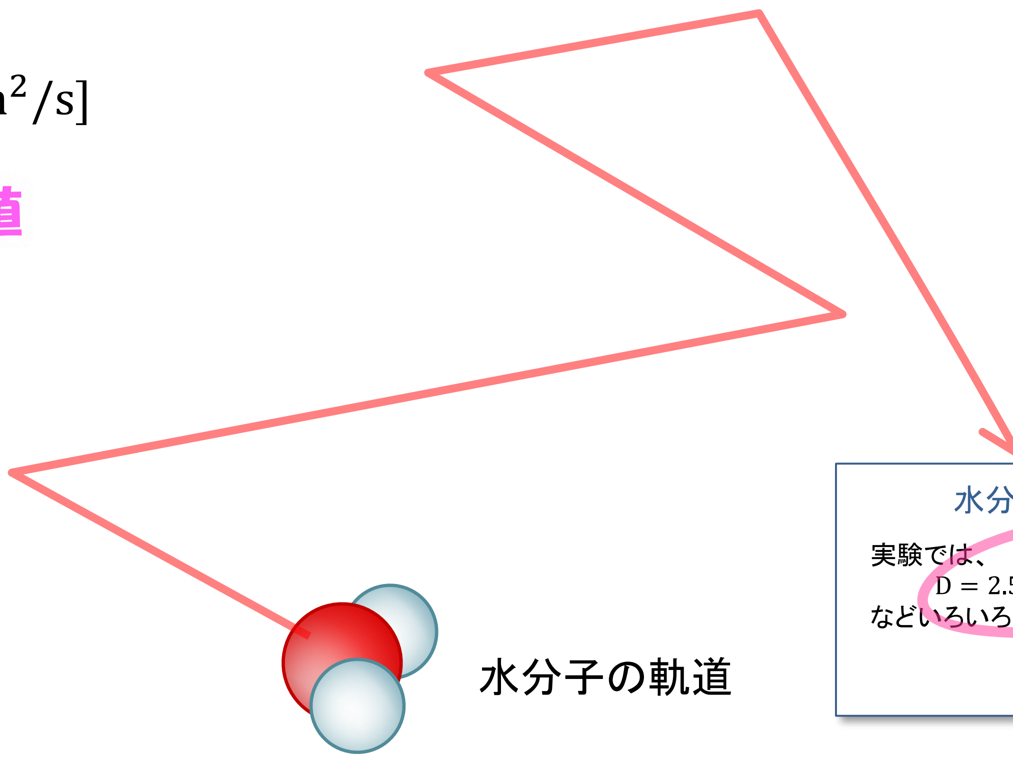
l　$= 68\ [\mathrm{nm}]$(常圧の空気)

v　$= 647[\mathrm{m/s}]$ (30℃の水分子)

平均自由行程lと平均速さvから

$$D = lv\,/\,2$$
$$= 2.2 \times 10^{-5}[\mathrm{m^2/s}]$$

良さそうな値



水分子の軌道

水分子の拡散係数

実験では、
$D = 2.5\text{~}2.8 \times 10^{-5}[\mathrm{m/s}]$
などいろいろ出ている。

参考：(参照日2018年07月24日)

平均自由行程　平均自由行程 - Wikipedia

拡散係数　米沢富美子(1986).『ブラウン運動』共立出版

拡散方程式

拡散係数 D

$$D = (\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2) / 2\Delta t$$

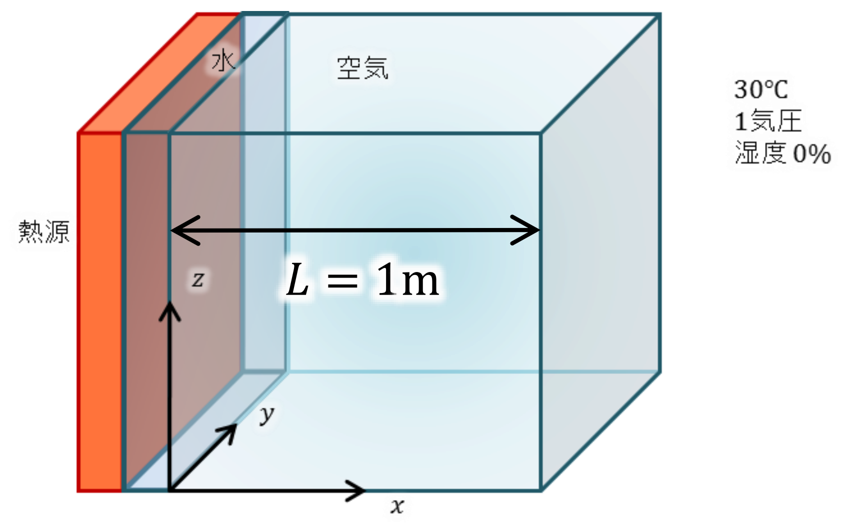
平均自由行程lと平均速さvから

$$D = lv / 2$$
$$= 2.2 \times 10^{-5} [\mathrm{m}^2/\mathrm{s}]$$

x方向への拡散方程式

$$\frac{\partial c(x,t)}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c(x,t)}{\partial x^2}$$

$c(x,t)$ ：水蒸気の質量密度分布
D $= 2.2 \times 10^{-5} [\mathrm{m}^2/\mathrm{s}]$
(30℃常圧の水分子)



参考：（参照日2019年01月10日）
拡散係数 米沢富美子(1986).『ブラウン運動』共立出版
フーリエ級数展開 大石進一(1989)『フーリエ解析』 岩波書店

見積もり計算

x方向への拡散方程式

$$\frac{\partial c(x,t)}{\partial t} = D\frac{\partial^2 c(x,t)}{\partial x^2}$$

$c(x,t)$　: 水蒸気の質量密度分布
D　$= 2.2\times 10^{-5}[\mathrm{m}^2/\mathrm{s}]$
(30℃常圧の水分子)
L　: 箱の大きさ
τ_k　: 緩和時間
k　: 波数

時間τ_kで
水蒸気のむらは
無くなる

計算
解のひとつは

$$c(x,t) = c_k \exp(ikx - t/\tau_k)$$

拡散方程式に代入して、

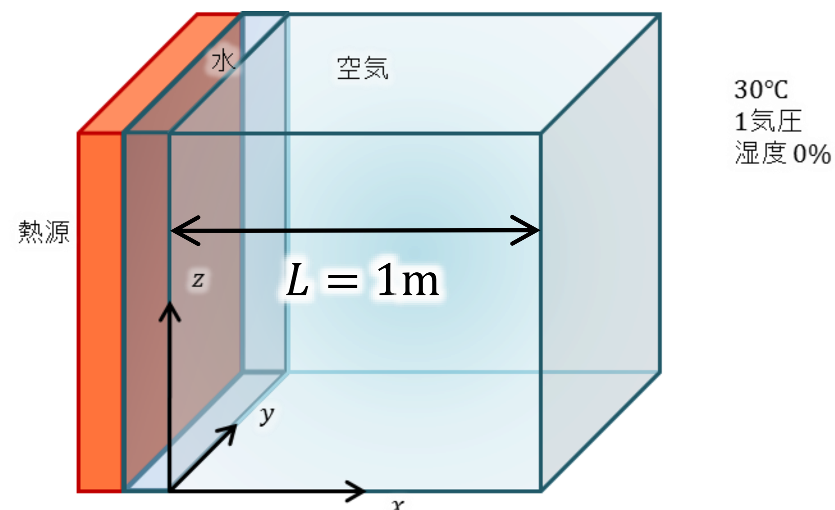
$$\tau_k = 1/(Dk^2)$$

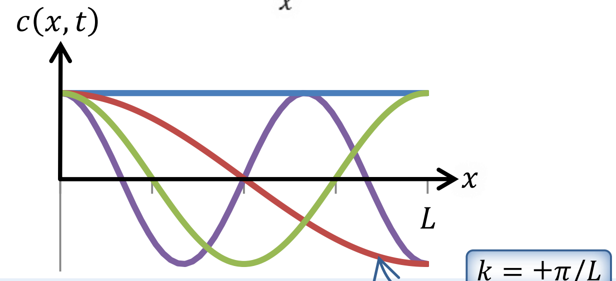
箱全体を表す波数は

$$k = \pm\pi/L$$

箱全体の水蒸気のむらの緩和時間は

$$\tau_{\pi/L} = \mathrm{L}^2/\mathrm{D}\pi^2 = 4.6\times 10^3 L^2[\mathrm{s}]$$





参考：(参照日2019年01月10日)
拡散係数　米沢富美子(1986).『ブラウン運動』共立出版
フーリエ級数展開　大石進一(1989)『フーリエ解析』 岩波書店

見積もり計算

x方向への拡散方程式

$$\frac{\partial c(x,t)}{\partial t} = D\frac{\partial^2 c(x,t)}{\partial x^2}$$

計算
解のひとつは

$$c(x,t) = c_k \exp(ikx - t/\tau_k)$$

拡散方程式に代入して、

$$\tau_k = 1/(Dk^2)$$

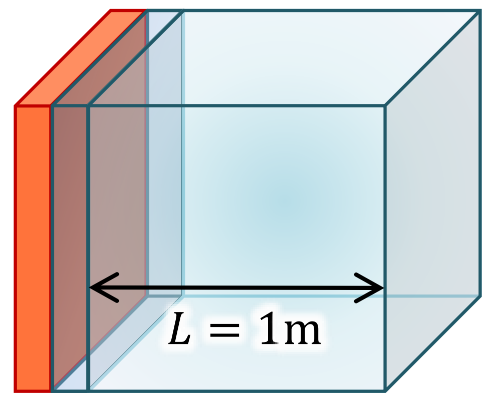
箱全体を表す波数は

$$k = \pm\pi/L$$

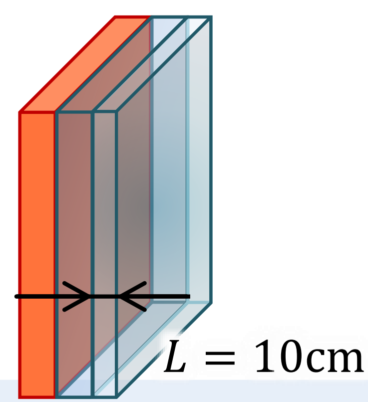
箱全体の水蒸気のむらの緩和時間は

$$\tau_{\pi/L} = \mathrm{L}^2/\mathrm{D}\pi^2 = 4.6\times10^3 L^2[\mathrm{s}]$$

$c(x,t)$　：水蒸気の質量密度分布
D　$= 2.2\times10^{-5}[\mathrm{m}^2/\mathrm{s}]$
(30℃常圧の水分子)
L　：箱の大きさ
τ_k　：緩和時間
k　：波数



$\tau_k = 1.3$時間

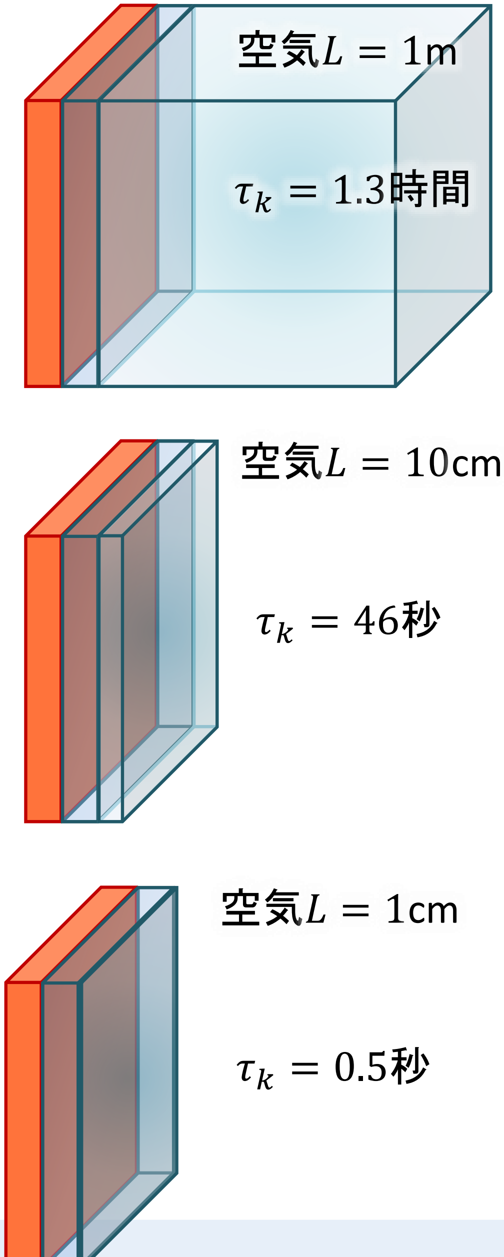


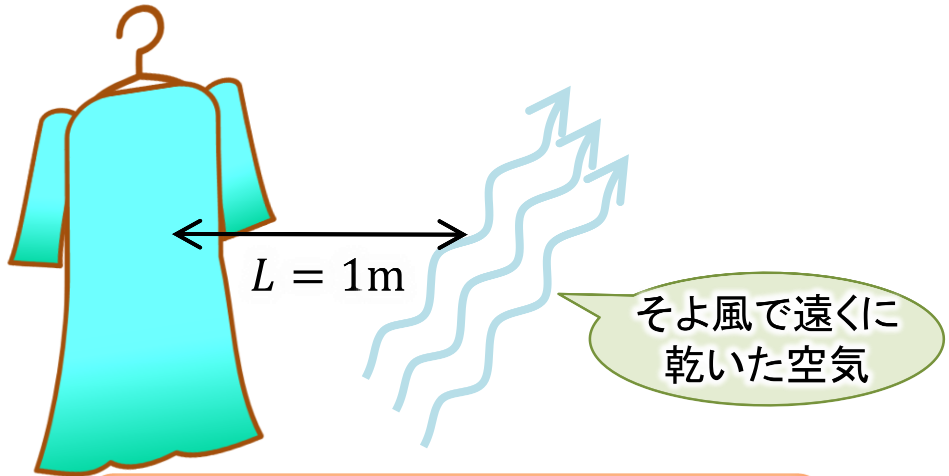
$\tau_k = 46$秒

参考：（参照日2019年01月10日）

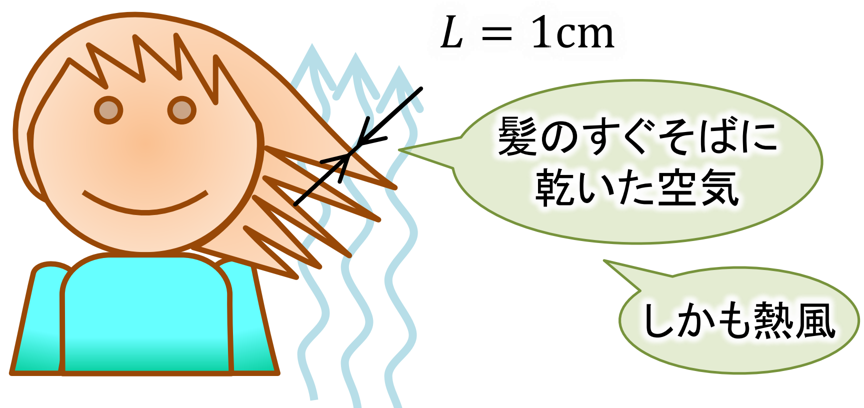
拡散係数　米沢富美子(1986).『ブラウン運動』共立出版
フーリエ級数展開　大石進一(1989)『フーリエ解析』 岩波書店

乾燥速度の見積もり





洗濯物はそよ風でもそこそこ乾く



ドライヤーはとても速く乾く

拡散方程式を解く

x方向への拡散方程式

$$\frac{\partial c(x,t)}{\partial t} = D\frac{\partial^2 c(x,t)}{\partial x^2}$$

フーリエ級数展開

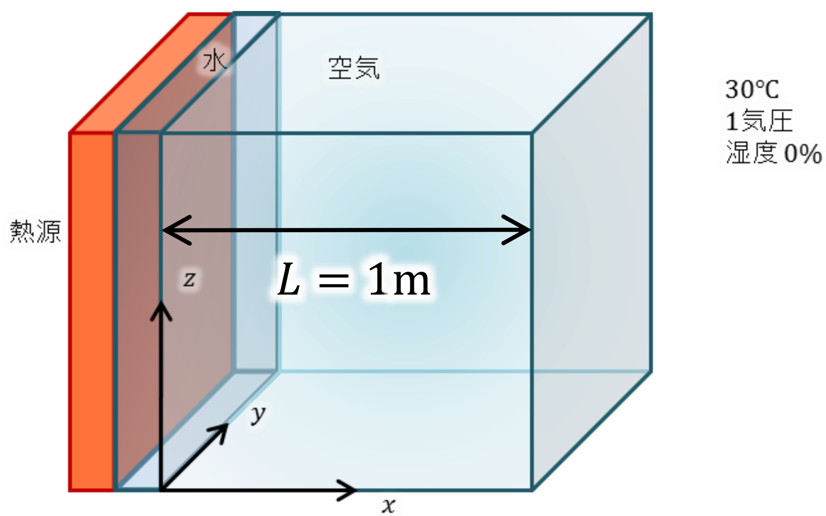
$$c(x,t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k \exp(ikx - t/\tau_k)$$

$$(k = \cdots, -2\pi/L, -\pi/L, 0, \pi/L, 2\pi/L, 3\pi/L, \cdots)$$

$c(x,t)$ ：水蒸気の質量密度分布

D $= 2.2 \times 10^{-5} [\mathrm{m}^2/\mathrm{s}]$

(30°C常圧の水分子)



参考：（参照日2019年01月10日）

拡散係数　米沢富美子(1986).『ブラウン運動』共立出版

フーリエ級数展開　大石進一(1989)『フーリエ解析』 岩波書店

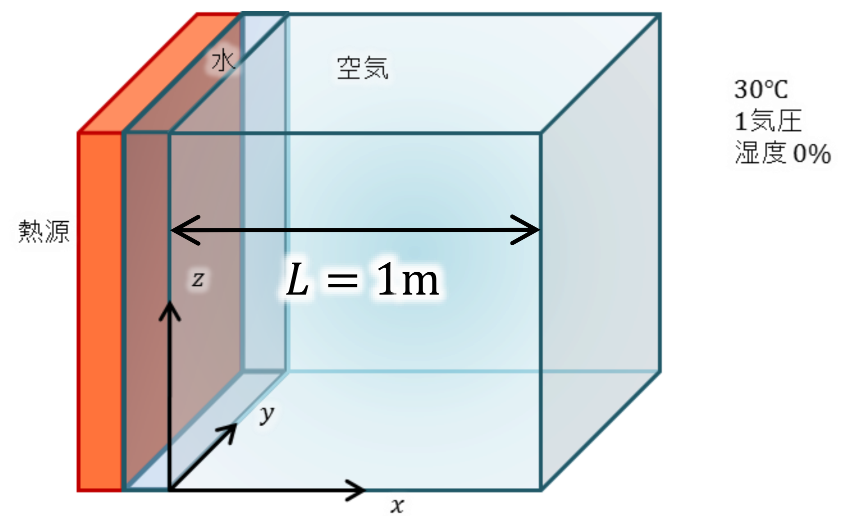
フーリエ級数展開

フーリエ級数展開

$$c(x,t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k \exp(ikx - t/\tau_k)$$

$(k = \cdots, -2\pi/L, -\pi/L, 0, \pi/L, 2\pi/L, 3\pi/L, \cdots)$

$c(x,t)$ ：水蒸気の質量密度分布
L ：箱の大きさ
τ_k ：緩和時間



参考：（参照日2019年01月10日）

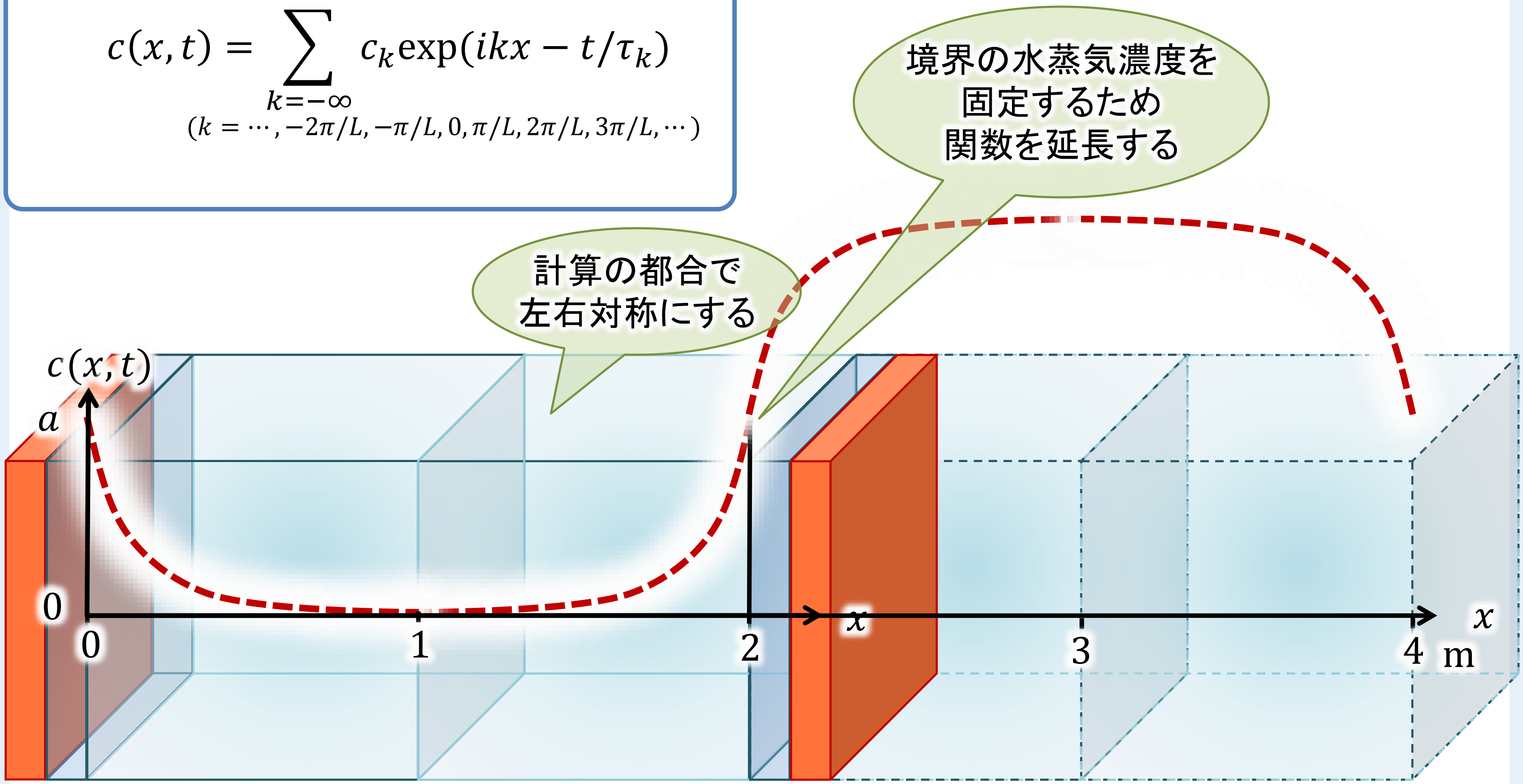
拡散係数　米沢富美子(1986).『ブラウン運動』共立出版
フーリエ級数展開　大石進一(1989)『フーリエ解析』岩波書店

フーリエ級数展開

フーリエ級数展開

$$c(x,t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k \exp(ikx - t/\tau_k)$$

$$(k = \cdots, -2\pi/L, -\pi/L, 0, \pi/L, 2\pi/L, 3\pi/L, \cdots)$$



参考：（参照日2019年01月10日）

拡散係数　米沢富美子(1986).『ブラウン運動』共立出版
フーリエ級数展開　大石進一(1989)『フーリエ解析』 岩波書店

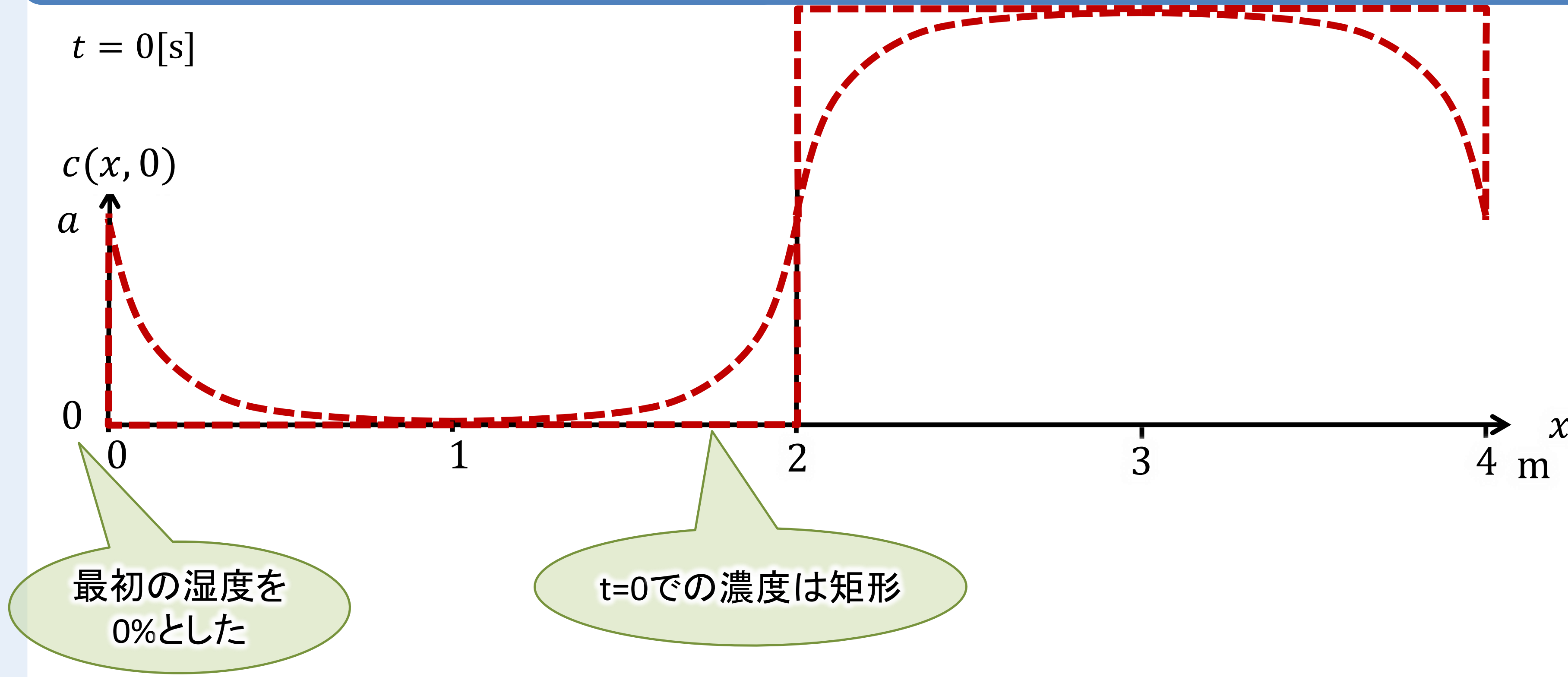
フーリエ級数展開

テキストから引用

矩形のフーリエ級数展開

$$c(x,t) = a + \frac{4a}{\pi}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{1}{2m+1}\sin\left(2\pi(2m+1)\frac{x}{L}\right)\exp(-t/\tau_m)$$

$$L = 4[\mathrm{m}],\ 1/\tau_m = 4\pi^2(2m+1)^2 D/L^2,\ D = 2.2\times 10^{-5}[\mathrm{m^2/s}]$$



参考：（参照日2019年01月10日）

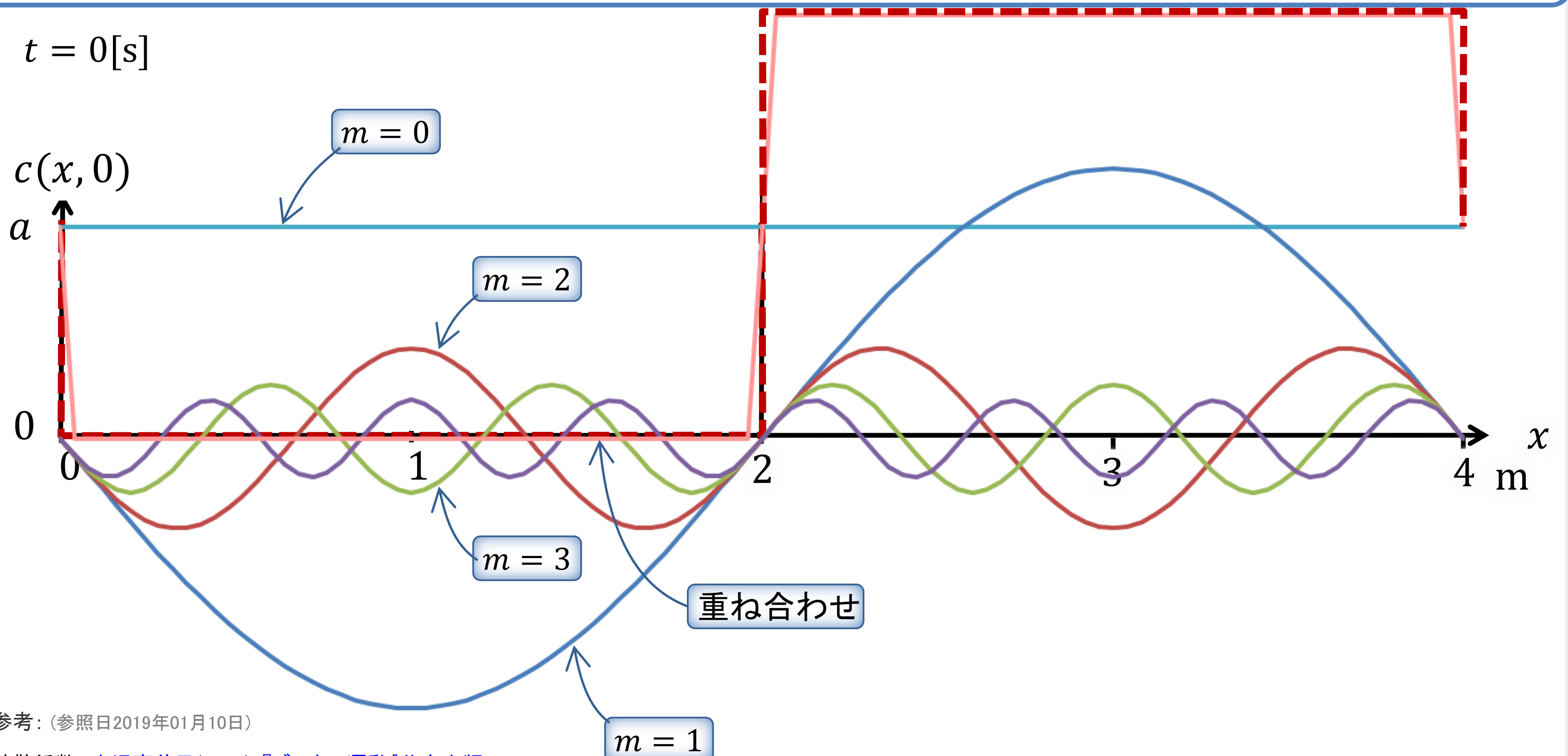
拡散係数　米沢富美子(1986).『ブラウン運動』共立出版
フーリエ級数展開　大石進一(1989)『フーリエ解析』 岩波書店

フーリエ級数展開

矩形のフーリエ級数展開

$$c(x,t) = a + \frac{4a}{\pi}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{1}{2m+1}\sin\left(2\pi(2m+1)\frac{x}{L}\right)\exp(-t/\tau_m)$$

$$L = 4[\mathrm{m}],\ 1/\tau_m = 4\pi^2(2m+1)^2 D/L^2,\ D = 2.2\times10^{-5}[\mathrm{m}^2/\mathrm{s}]$$



参考：（参照日2019年01月10日）

拡散係数　米沢富美子(1986).『ブラウン運動』共立出版

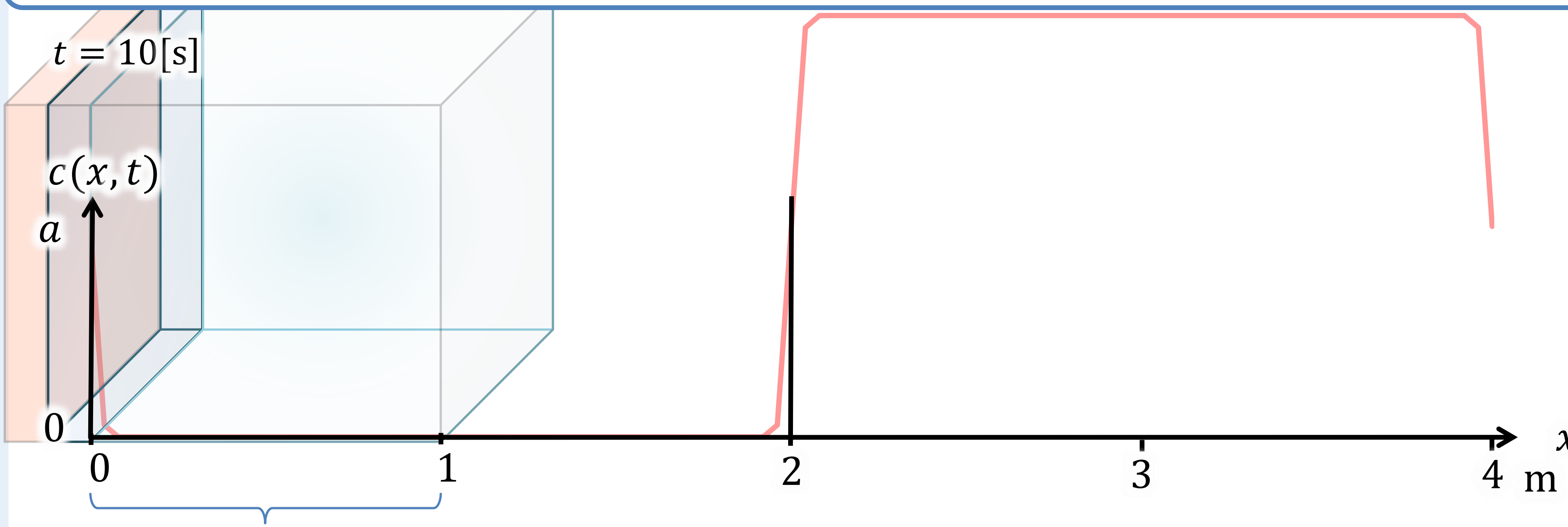
フーリエ級数展開　大石進一(1989)『フーリエ解析』 岩波書店

水蒸気濃度の時間変化

矩形のフーリエ級数展開

$$c(x,t) = a + \frac{4a}{\pi}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{1}{2m+1}\sin\left(2\pi(2m+1)\frac{x}{L}\right)\exp(-t/\tau_m)$$

$$L = 4[\mathrm{m}],\ 1/\tau_m = 4\pi^2(2m+1)^2D/L^2,\ D = 2.2\times10^{-5}[\mathrm{m}^2/\mathrm{s}]$$



この範囲が箱の中の水蒸気分布

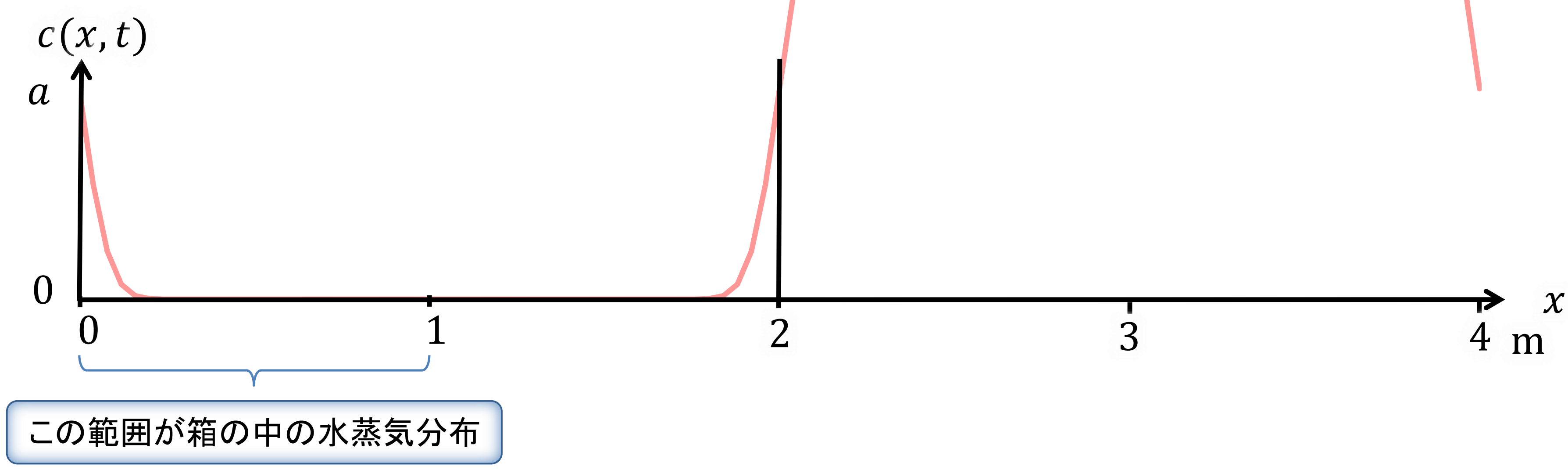
水蒸気濃度の時間変化

矩形のフーリエ級数展開

$$c(x,t) = a + \frac{4a}{\pi}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{1}{2m+1}\sin\left(2\pi(2m+1)\frac{x}{L}\right)\exp(-t/\tau_m)$$

$$L = 4[\mathrm{m}],\ 1/\tau_m = 4\pi^2(2m+1)^2 D/L^2,\ D = 2.2\times10^{-5}[\mathrm{m}^2/\mathrm{s}]$$

$t = 100[\mathrm{s}] = 1.7[分]$



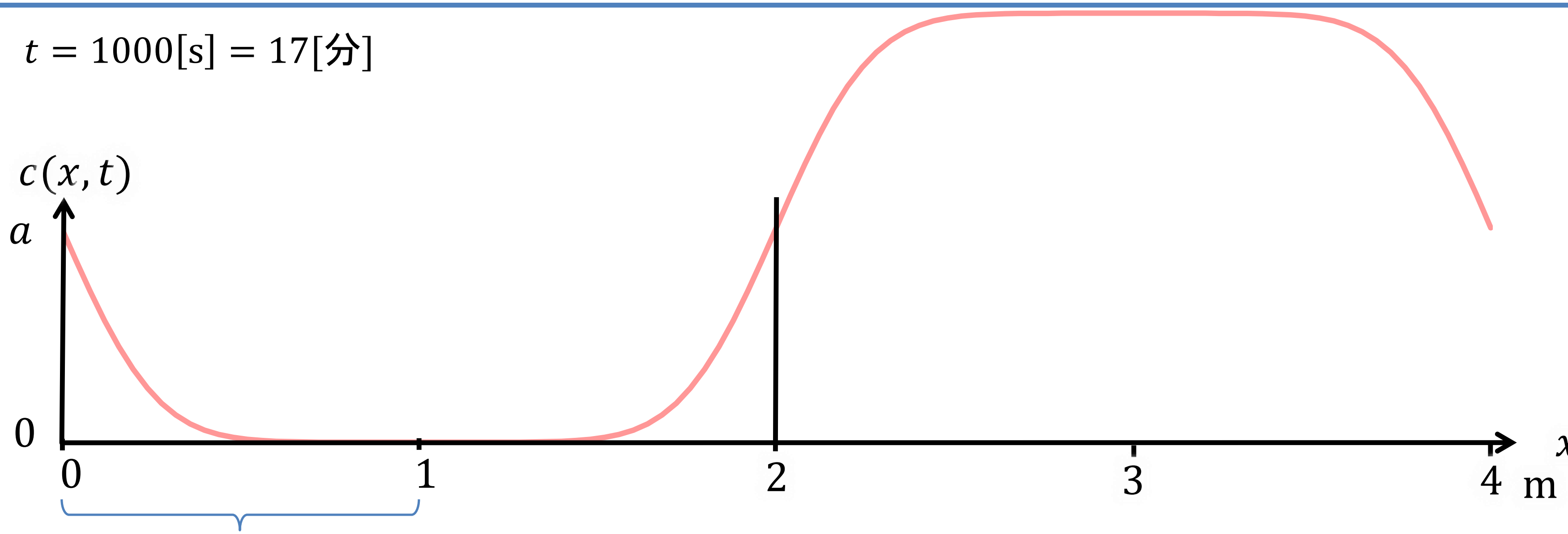
水蒸気濃度の時間変化

矩形のフーリエ級数展開

$$c(x,t) = a + \frac{4a}{\pi}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{1}{2m+1}\sin\left(2\pi(2m+1)\frac{x}{L}\right)\exp(-t/\tau_m)$$

$$L = 4[\mathrm{m}],\ 1/\tau_m = 4\pi^2(2m+1)^2 D/L^2,\ D = 2.2\times10^{-5}[\mathrm{m^2/s}]$$

$t = 1000[\mathrm{s}] = 17[分]$



この範囲が箱の中の水蒸気分布

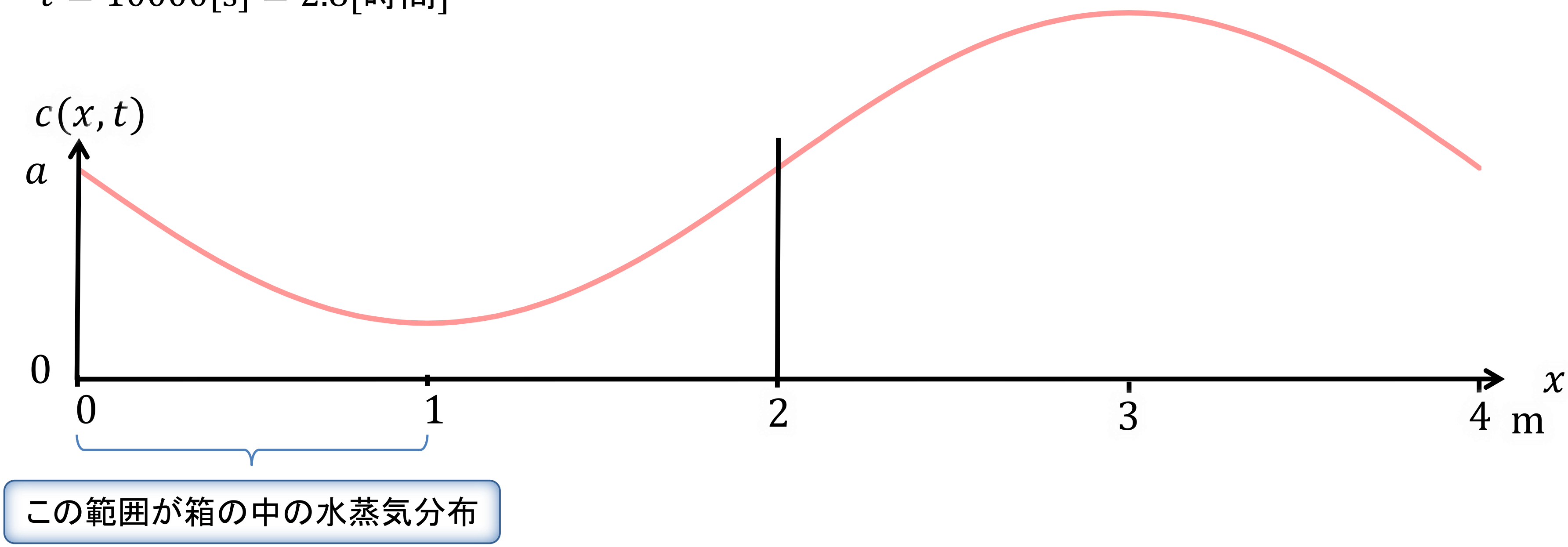
水蒸気濃度の時間変化

矩形のフーリエ級数展開

$$c(x,t) = a + \frac{4a}{\pi}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{1}{2m+1}\sin\left(2\pi(2m+1)\frac{x}{L}\right)\exp(-t/\tau_m)$$

$$L = 4[\mathrm{m}],\ 1/\tau_m = 4\pi^2(2m+1)^2 D/L^2,\ D = 2.2\times10^{-5}[\mathrm{m}^2/\mathrm{s}]$$

$t = 10000[\mathrm{s}] = 2.8$[時間]



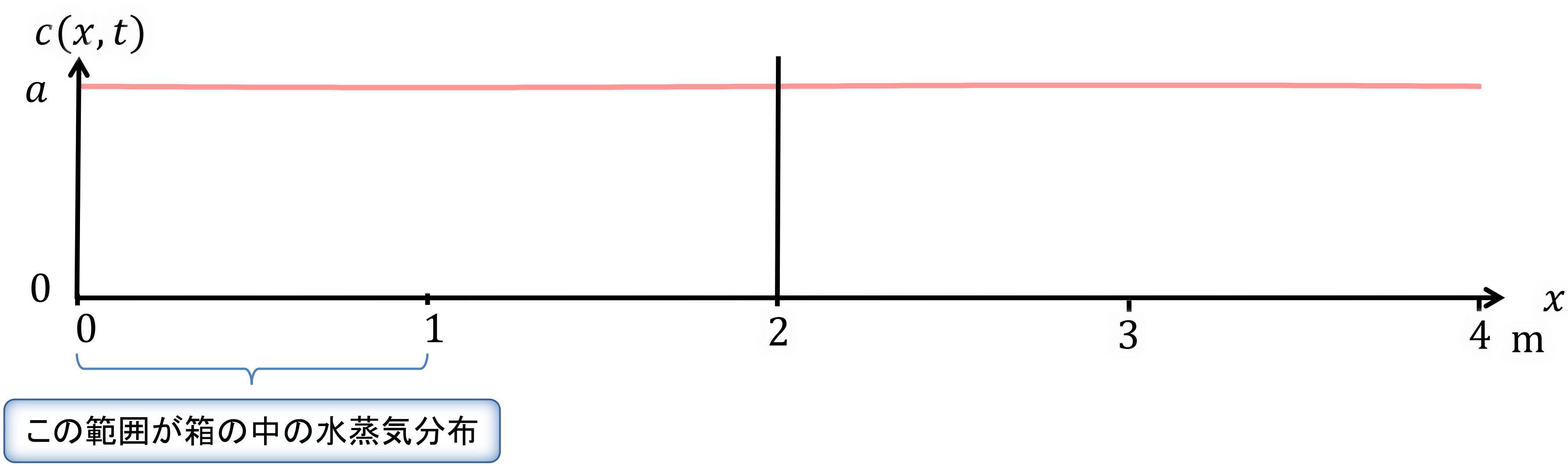
水蒸気濃度の時間変化

矩形のフーリエ級数展開

$$c(x,t) = a + \frac{4a}{\pi}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{1}{2m+1}\sin\left(2\pi(2m+1)\frac{x}{L}\right)\exp(-t/\tau_m)$$

$$L = 4[\mathrm{m}],\ 1/\tau_m = 4\pi^2(2m+1)^2 D/L^2,\ D = 2.2\times10^{-5}[\mathrm{m}^2/\mathrm{s}]$$

$t = 100000[\mathrm{s}] = 1.2$[日]



水蒸気濃度の時間変化

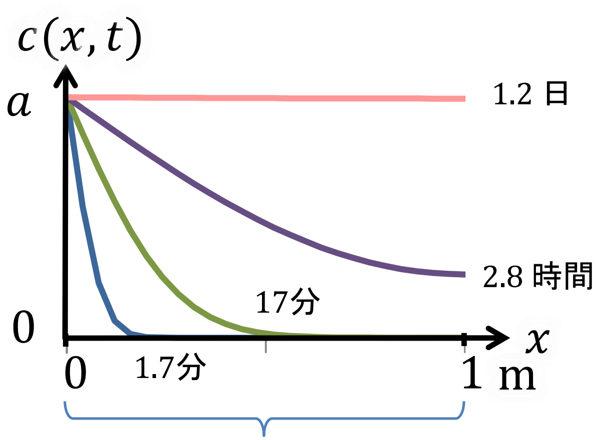
水蒸気濃度の時間変化

矩形のフーリエ級数展開

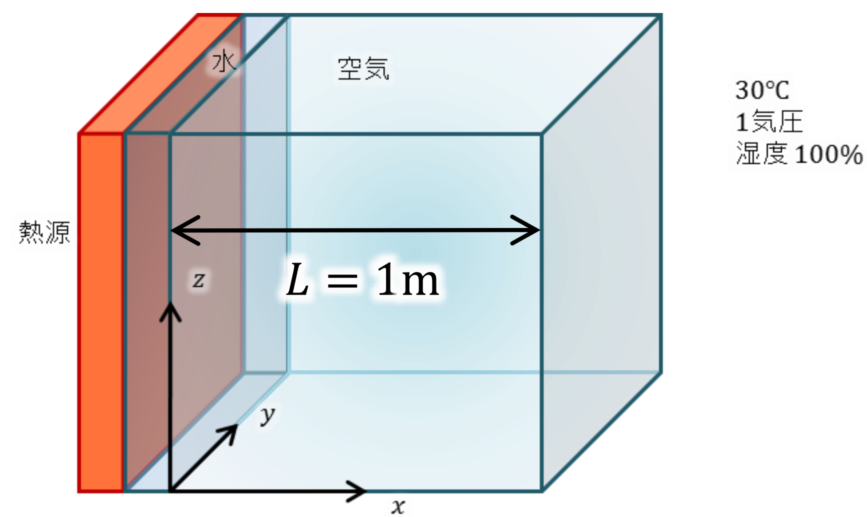
$$c(x,t) = a + \frac{4a}{\pi}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{1}{2m+1}\sin\left(2\pi(2m+1)\frac{x}{L}\right)\exp(-t/\tau_m)$$

$$L = 4[\mathrm{m}],\ 1/\tau_m = 4\pi^2(2m+1)^2 D/L^2,\ D = 2.2\times10^{-5}[\mathrm{m}^2/\mathrm{s}]$$

$t = 100000[\mathrm{s}] = 1.2[日]$



この範囲が箱の中の水蒸気分布



1mの拡散で1日かかる！

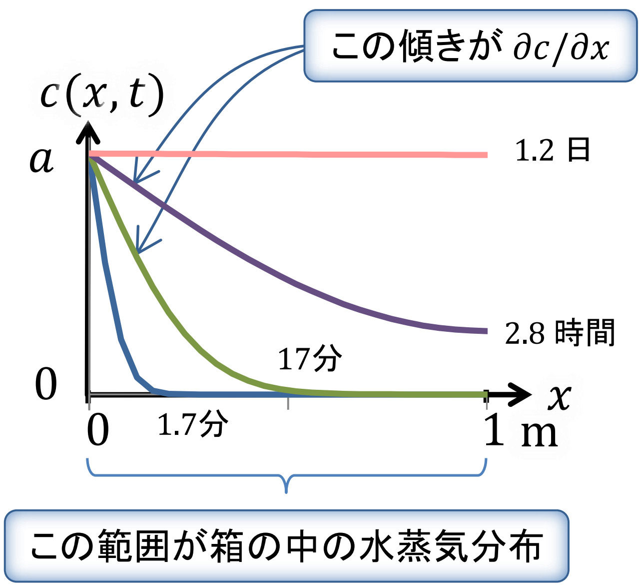
すごく遅い

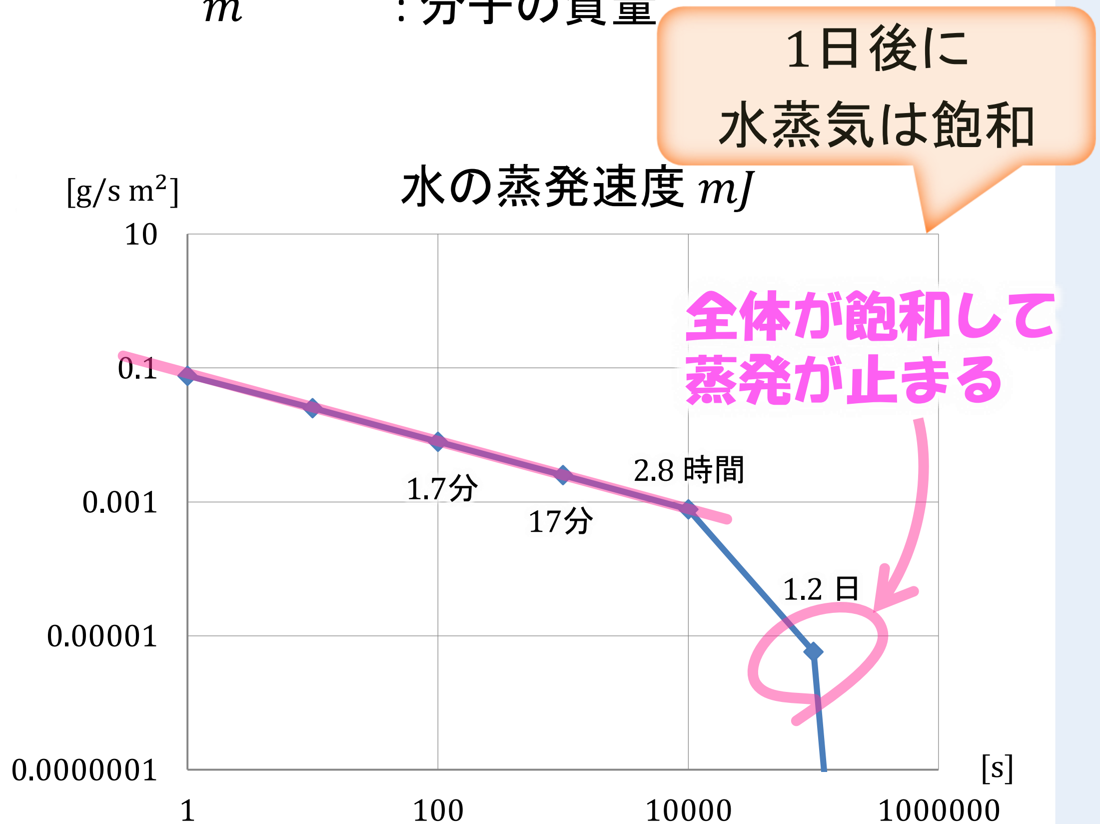
水の蒸発速度

水の蒸発速度は（フィックの法則）

$$m\,J(x,t) = -D\,\frac{\partial c(x,t)}{\partial x}$$

$J(x,t)$　：単位時間に単位面積を通過する水分子数
$c(x,t)$　：水蒸気の質量密度分布
D　$= 2.2 \times 10^{-5}\,[\mathrm{m^2/s}]$　(30℃常圧の水分子)
m　：分子の質量





参考：（参照日2019年04月30日）
フィックの法則　フィックの法則 - Wikipedia

水の蒸発速度

水の蒸発速度は（フィックの法則）

$$m\,J(x,t) = -D\,\frac{\partial c(x,t)}{\partial x}$$

$\partial c/\partial x$の測定は

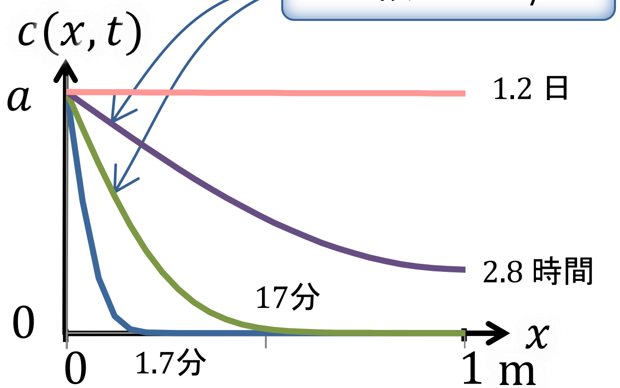
- 最初の湿度
- 測定開始からの時間

にも注目

全蒸発量は
手計算で確認できる

この傾きが $\partial c/\partial x$

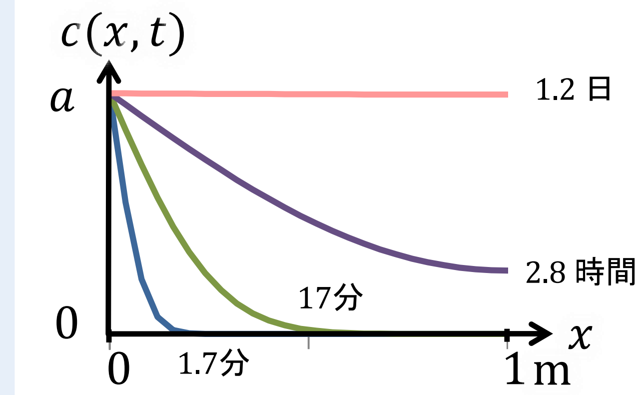
実験で測定

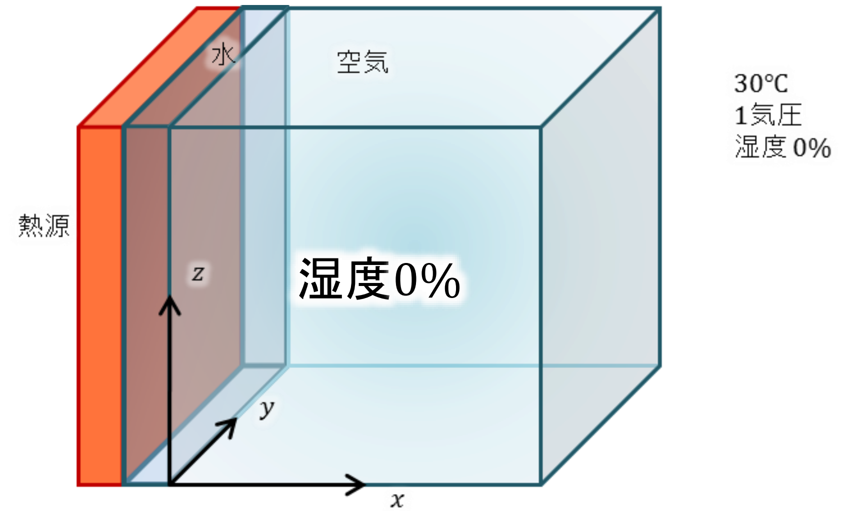


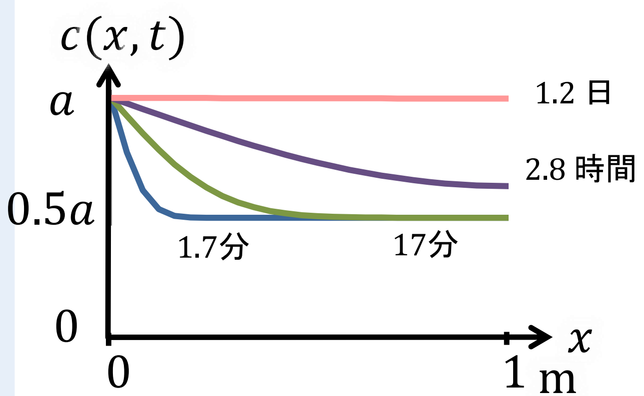
参考：（参照日2019年04月30日）

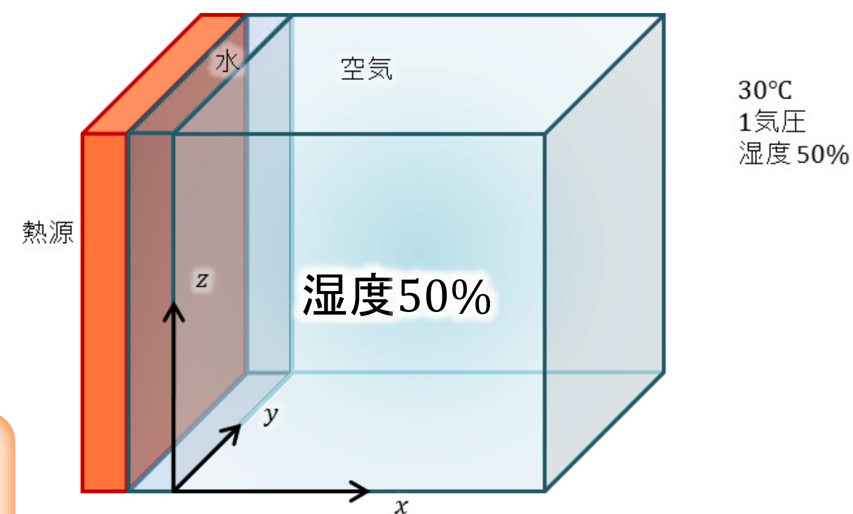
水の蒸発速度　上田政文（1956）. 水蒸気圧勾配および拡散係数の測定　応用物理, 第25巻, 4, 144.
サトイモの葉　chappy氏
フィックの法則　フィックの法則 - Wikipedia

湿度が50%だったら









蒸発時間は湿度によらない！

モデルの改善

水分子は①平均自由行程の範囲で往復するため、拡散で全体に充満する

→拡散律速のモデル

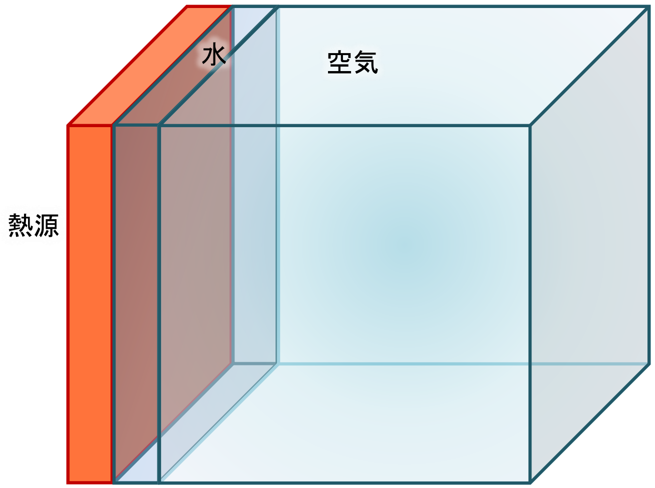
ここを検討

水分子は水面に100% ②吸着しないかもしれない

→界面律速のモデル

③蒸発の潜熱で気温は下がるため、30.40gも蒸発しない

→水側に熱源を想定



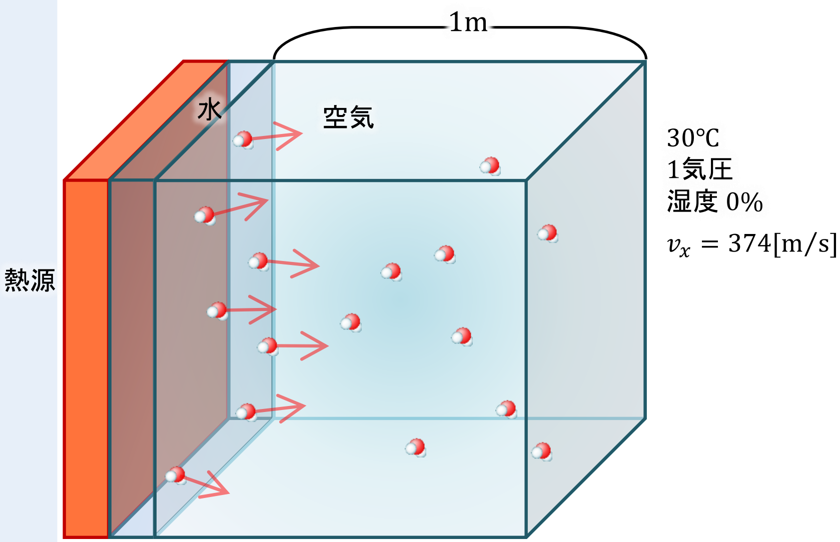
30℃
1気圧
湿度 0%

モデルの改善結果

水分子は**①平均自由行程の範囲で往復**するため、拡散で全体に充満する

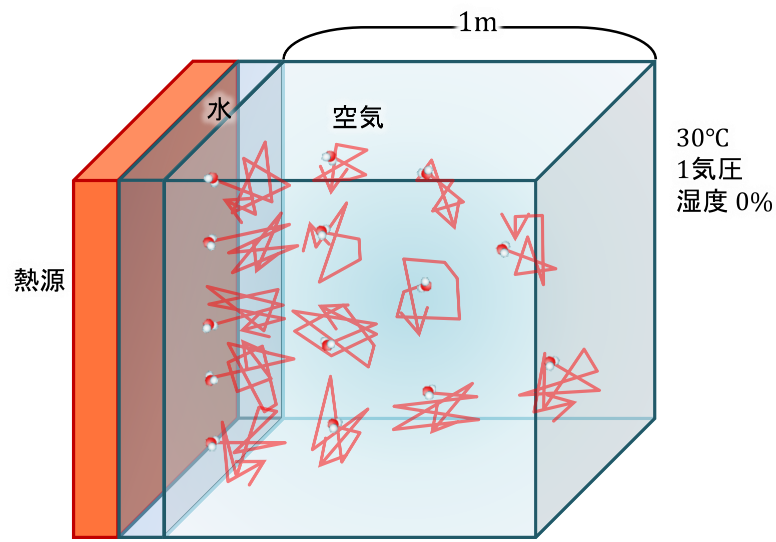
→拡散律速のモデル

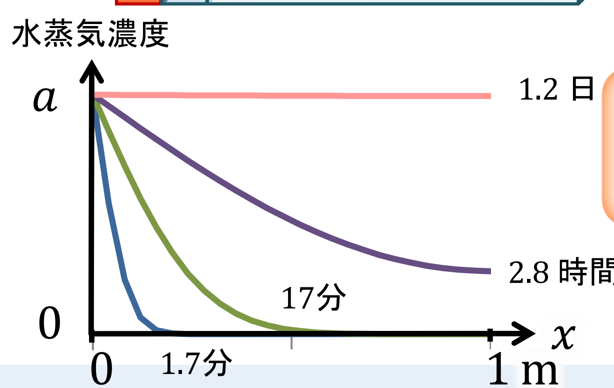
理想気体



0.0053s後に
水蒸気は飽和

衝突する気体

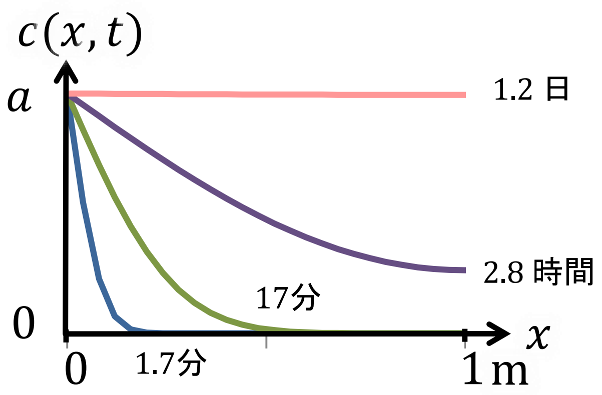


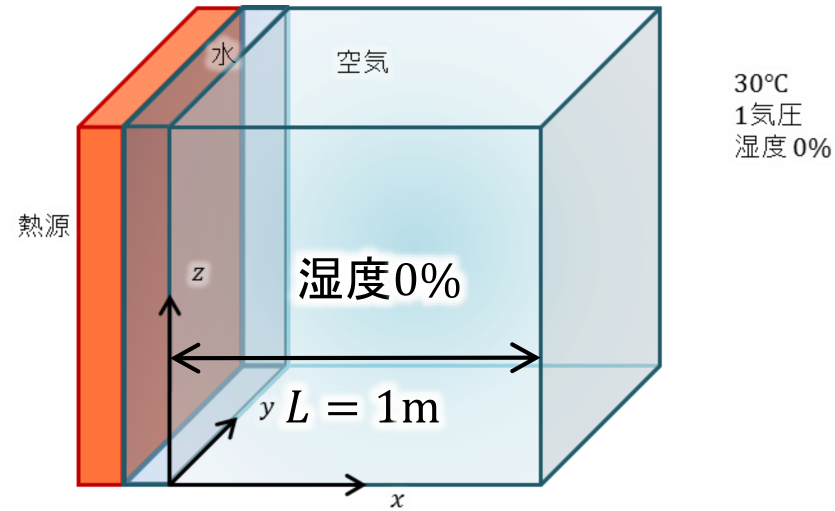


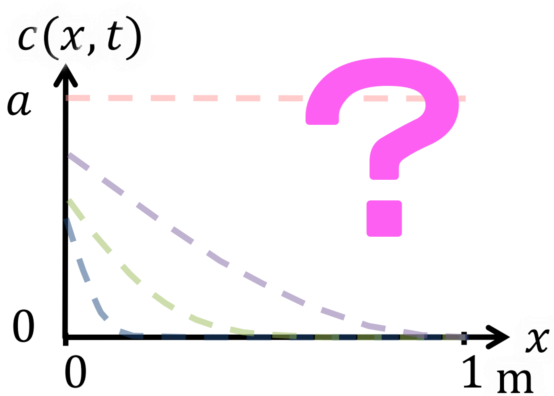
1日後に
水蒸気は飽和

水面湿度が100%なかったら

蒸発速度の時間変化







水分子は水面に100% ①吸着しないかもしれない

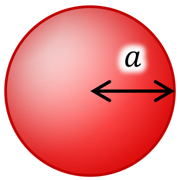
→界面律速のモデル

蒸発速度

界面律速のモデル

拡散係数 D の理論値

1. アインシュタインの関係式



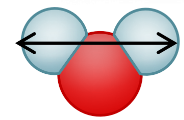
$$D = \frac{k_B T}{6\pi\eta a} \quad = 3.96 \times 10^{-8} [\mathrm{m^2/s}]$$

$$\eta = \frac{1}{3}\rho v l, \rho = nm$$

実験より数桁小さい

$\mathrm{k_B}$：ボルツマン定数
T　：温度
a　：ブラウン粒子の半径
η　：気体の粘性率
ρ　：気体の質量密度
v　：気体分子の平均速さ
l　：気体分子の平均自由行程
n　：気体分子の数密度
m　：気体分子の質量

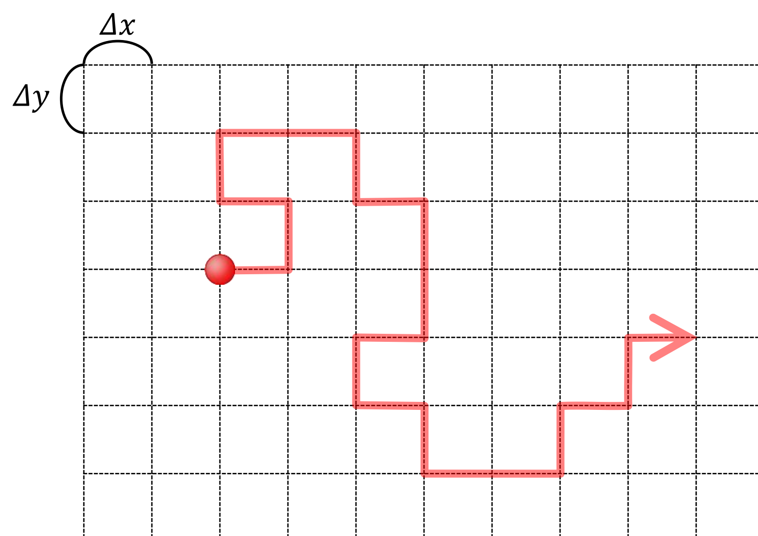
$\mathrm{k_B} = 1.38 \times 10^{-23} [\mathrm{J/K}]$
$\quad = 1.38 \times 10^{-23} [\mathrm{N\,m/K}]$
$T = 303 [\mathrm{K}]$
$a = 0.3 \times 10^{-9} [\mathrm{m}]$
$\eta = 1.869 \times 10^{-5} [\mathrm{Pa\,s}]$
$\quad = 1.869 \times 10^{-5} [\mathrm{N\,s/m^2}]$



2. 酔歩モデル(random walk)

$$D = (\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2)/\, 2\Delta t$$

$\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2$：1ステップでの移動距離
Δt　：1ステップにかかる時間



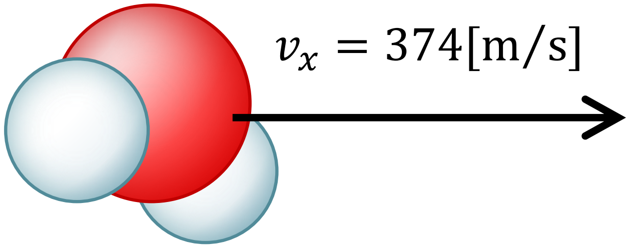
参考：(参照日2019年4月24日)

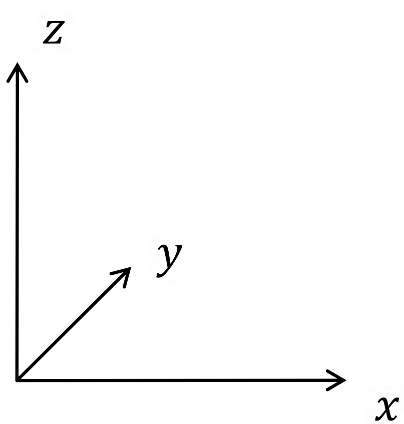
米沢富美子(1986).『ブラウン運動』共立出版
酔歩モデル　土井正男・小貫明(2000).『現代物理学叢書　高分子物理・相転移ダイナミクス』岩波書店
空気の粘性率　機会用語集＞流体力学＞水・空気の物性

水分子の速さ

蒸発速度より

30℃
x方向の平均の速さv_x





マクスウェル分布では、
$v_x^2 = 2k_BT/\pi m$
ちょっとずれる

30℃を運動エネルギーに換算

$$\frac{1}{2}mv_x^2 = \frac{1}{2}k_BT$$

一様の仮定！

3次元の平均の速さは

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 = 3v_x^2$$
$$v = 647[\mathrm{m/s}]$$

計算
水分子の質量$m = 18.01528 \times 10^{-3}/N_A[\mathrm{kg}]$
N_A :アボガドロ定数
k_B : ボルツマン定数
$N_Ak_B = R = 8.3144598$: 気体定数

$$\frac{k_B}{m} = \frac{k_BN_A}{18.01528 \times 10^{-3}}$$
$$= 461.5\ [\mathrm{m^2s^{-2}K^{-1}}]$$
$$v_x = \sqrt{k_BT/m} = 374[\mathrm{m/s}]$$

参考：（参照日2018年08月21日）
アボガドロ定数[アボガドロ定数-Wikipedia]
水のモル質量[水の性質-Wikipedia]

空気中の水分子の拡散係数

1. 吉村洋介 混合・拡散のはなし
   1 atm 空気中の拡散係数(20℃)
   $$D = 2.52 \times 10^{-5} [\mathrm{m^2/s}]$$
   1atmでの平均自由行程を0.1 μmとした。

たくさんあって
よくわからない！

2. 上田政文 水蒸気圧勾配および拡散係数の測定

   実験

   1気圧空気中
   $$D = (0.241 + 0.0015\Delta\theta)\left(\frac{760}{P}\right)[\mathrm{cm^2/s}]$$
   温度 $t = (15 + \Delta\theta)$[℃]
   圧力 P[mmHg]

   この式の載っていた論文が見つからない！

   30℃で、
   $$D = 2.635 \times 10^{-5} [\mathrm{m^2/s}]$$

3. 伊東　章　日常の化学工学 こぼれた水は何時間で乾くかー境膜のはなし2ー (参照日2018年12月27日)
   $$D = 2.88 \times 10^{-5} [\mathrm{m^2/s}]$$

4. HEATTECH-技術情報-乾燥の科学-熱風乾燥と赤外線乾燥-乾燥工程の最適化に必要な基礎知識-3-2.水の蒸発と拡散 (参照日2018年12月27日)
   $$D = 0.241 \left(\frac{273 + t}{288}\right)^{1.75} \left(\frac{P_0}{P}\right) [\mathrm{cm^2/s}] = 2.63 \times 10^{-5} [\mathrm{m^2/s}]$$

5. 松永直樹 Taylor法による気体の相互拡散係数の測定
   1atm,
   $$D = 2.53 \times 10^{-10} T^{2.02} [\mathrm{m^2/s}] \quad (273 < T < 423\mathrm{K})$$ (※1)
   $$D = 2.60 \times 10^{-5} [\mathrm{m^2/s}] \quad (30℃)$$ (※1)
   $$D = 8.37 \times 10^{-10} T^{1.810} \times \{1 + \exp(-1.4 \times 10^{-7} T^3)\} [\mathrm{m^2/s}] \quad (295 < T < 575\mathrm{K})$$ (※2)
   $$D = 2.82 \times 10^{-5} [\mathrm{m^2/s}] \quad (30℃)$$ (※2)

参考：(参照日2018年12月27日)

(※1)松永直樹(1991) Taylor法による気体の相互拡散係数の測定(第1報, 測定装置の開発)日本機械学会論文集(B編) 57, 313-318.
(※2)Naoki MATSUNAGA, Akira NAGASHIMA (1981) Correlation of Gaseous Diffusion Coefficient and a New Measurement of H2O-air System, the 2nd Japan Symposium on Thermophysical Properties,97-100.
米沢富美子(1986).『ブラウン運動』共立出版

全蒸発量を計算

水の蒸発速度は（フィックの法則）

$$m\,J(x,t) = -D\,\frac{\partial c(x,t)}{\partial x}$$

$J(x,t)$　：単位時間に単位面積を通過する水分子数

$c(x,t)$　：水蒸気の質量密度分布

D　$= 2.2 \times 10^{-5}[\mathrm{m}^2/\mathrm{s}]$（30℃常圧の水分子）

m　：分子の質量

計算

水蒸気の質量密度分布はフーリエ級数展開で、

$$c(x,t) = a - \frac{2a}{L}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{k_n}\sin(k_n x)\exp(-k_n^2 D t)$$

$$k_n = \frac{\pi(2n+1)}{2L}$$

フィックの法則右辺は、xで微分して

$$\frac{\partial c(x,t)}{\partial x} = -\frac{2a}{L}\sum_{n=0}^{\infty}\cos(k_n x)\exp(-k_n^2 D t)$$

水面での蒸発速度は、$x = 0$としてこれを代入

$$mJ(0,t) = -D\frac{\partial c(0,t)}{\partial x} = \frac{2aD}{L}\sum_{n=0}^{\infty}\exp(-k_n^2 D t)$$

全蒸発量は、時間で積分して、

$$\int_0^{\infty} dt\; mJ(0,t) = \frac{2aD}{L}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{k_n^2 D}$$

$$= \frac{8aL}{\pi^2}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{(2n+1)^2}$$

$$= aL$$

公式集

参考：（参照日2019年04月30日）

フィックの法則　フィックの法則 – Wikipedia

積分　森口繁一・宇田川銈久・一松信(1987).『岩波　数学公式Ⅰ　微分積分・平面曲線』岩波書店